

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ АКАДЕМІКА
СТЕПАНА ДЕМ'ЯНЧУКА

Р.М.ЛІТНАРОВИЧ

НАУКОВА ШКОЛА МЕГУ

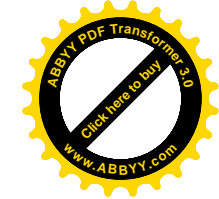
**КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

МОНОГРАФІЇ МОЛОДИХ ВЧЕНИХ

КНИГА 22



Рівне, 2010



Наукова школа забезпечує переважаючий і проникливий інтелект, здатний до стійкої і довготривалої розумової концентрації. Розвиває живий і діяльний спосіб мислення, дає можливість порівняно легко вирішувати самі складні проблеми. Придає віру в свої сили, розсудливість, витримку, проникливість і дипломатичність. Робота проходить під символом ПОНЯТЛИВОСТІ.

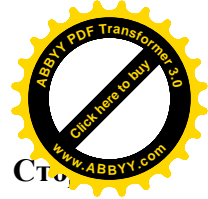
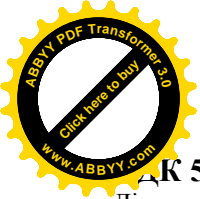
Молоді вчені розглядають існуючі ідеї, роздумують над ними, враховують і застосовують на практиці все те, що було поза увагою. Невдачі не лякають їх, тому що вони знають : Успіх приходить після проробки багатьох конкуруючих варіантів. Вони досягають мети і не піддаються сумнівам. Робота проходить під символом ДОСЯГНЕННЯ.

На основі результатів багаторічного наукового і педагогічного досвіду реалізована концепція автора про статус молодого вченого і наукової школи в цілому.

Представляються наукові праці молодих вчених факультету Кібернетики МЕГУ, створені у другому семестрі 2009-2010 навчального року на основі базових курсів: Вища освіта України і Болонський процес, Педагогіка вищої школи, Комп'ютерна алгебра, Основи наукових досліджень.

Для студентів і аспірантів факультету Кібернетики і Інституту педагогічної освіти МЕГУ, ВНЗ України.

© Літнорович Р.М..



К 51-7:519.87

Літнарів Р.М. Наукова школа МEGУ. Конструювання і дослідження математичних моделей. Монографії молодих вчених. Книга 22. МEGУ, Рівне, 2010.-350 с.

Litnarovich R. M. Scientific school IEGU. Constructing and research of mathematical models. Monographs of young scientists. Book 22. IEGU, Rivne, 2010.-350 p.

Рецензенти: В.Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор
С.С. Парняков, доктор технічних наук, професор
В.О.Боровий, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джуль, доктор фізико-математичних наук, професор

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МEGУ

На основі методу статистичних випробувань МОНТЕ КАРЛО генеро-вані псевдовипадкові числа, які нормуються і приводяться до заданої середньої квадратичної похибки, на основі якої конструюються спотворені моделі.

Спотворені моделі зрівноважуються за способом найменших квадратів. Проводиться оцінка точності зрівноважених елементів. Набирається велика статистика і робляться узагальнюючі висновки. Вперше появляється унікальна нагода порівняти істинні і абсолютні похибки математичних моделей.

Хоча загальні теоретичні положення, приведені в кожній монографії уніфіковані і повторюються, однак всі обчислення кожної математичної моделі строго індивідуальні, що і забезпечує авторство молодого вченого за результатами проведених досліджень.

Для студентів, аспірантів і пошукувачів вчених степенів факультету Кібернетики МEGУ.

On the basis of method of statistical tests of MONTE KARLO генеро-вані pseudocasual numbers, which are rationed and led to the set middle quadratic error which the distorted is constructed on the basis of models.

The distorted models are counterbalanced on the method of leastsquares. The estimation of exactness of the balanced elements is conducted. Takes a велика statistician and summarizings conclusions are done. Appears first unique case to compare the veritable and absolute errors of mathematical models.

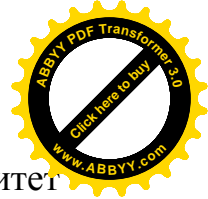
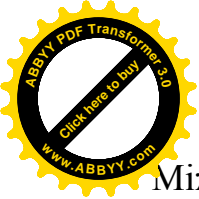
Although theoretical generals, resulted in every monograph compatible and repetitive, however strictly individual all calculations of every mathematical model are, that provides authorship of young scientist as a result of the conducted researches.

For students, graduate students and bread-winners of scientists of degrees of faculty of Cybernetics, IEGU

© Літнарів Р.М., 2010

ЗМІСТ

1. Беззабарний О.О. . Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 2.МEGУ, Рівне,2010,-86 с...1-86
2. Мазур О. О. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 7.МEGУ, Рівне,2010,-86 с.....1-86
3. Мовчун Р.Ю. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 6.МEGУ, Рівне,2010,-86 с.....1-88
4. Павленко Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН91М – 14. МEGУ, Рівне,2010,-86 с.....1-86



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

О. О. Беззабарний

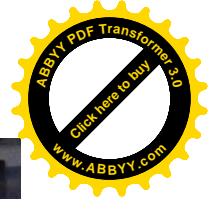
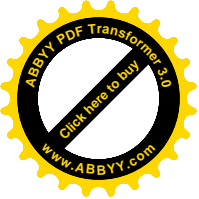
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-2

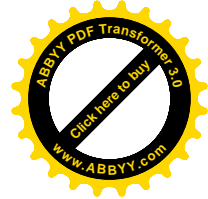
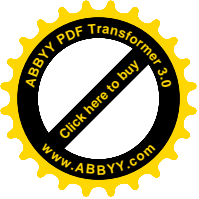


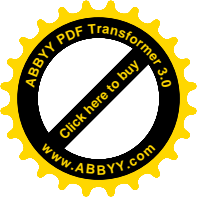
Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарівич

Рівне-2010



Беззабарний Олександр Олегович
Технічний фахівець в галузі прикладних наук і
техніки, інженер-програміст, магістрант
інформаційних технологій





Беззабарний Олександр Олегович

Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних технологій

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

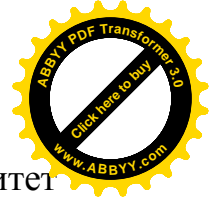
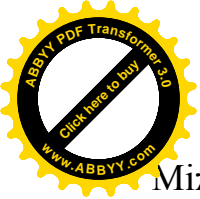
Модель ІН 91М – 2

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 О. О. Беззабарний.
Науковий керівник Р. М. Літнарівич, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

О. О. Беззабарний

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-2



Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Лігнарівич

Рівне-2010



Беззабарний О.О.. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ІН 91М – 2. МЕГУ, Рівне, 2010, -86 с.

Bezzabarniy O. O. Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline by the method of statistical tests of Monte Karlo. Plural regressive analysis . Model of IN 91M - 2. IEGU, Rivne, 2010 -86 p.

Рецензент: С. В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор.

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

На основі результатів педагогічного експерименту побудована математична модель залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST (Y) і результатів анкетування студентів після здачі екзамену (X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів А множинної регресії апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

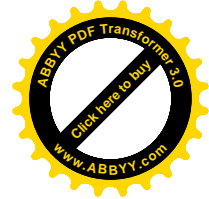
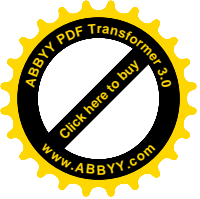
Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

On the basis of results of pedagogical experiment the mathematical model of dependence of quality of handing over is built to examination in the ball system on the scale of ECST (Y) and results of questionnaire of students after handing over to examination (X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) as multiple regression on the method of leastsquares.

Middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated in this work, the disfigured model is built, counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients And multiple regression of approximating mathematical model.

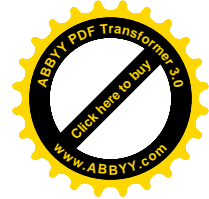
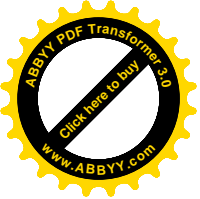
The estimation of exactness is done and summarizings are given conclusions. The method of statistical tests of Monte Karlo is applied enabled to conduct large-scale researches and collect large statistics.

For students and graduate students of pedagogical institutes of higher.



Зміст

Передмова	4
РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи	
1.1.Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	9
РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних	
2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних.....	16
2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	30
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження	
3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження.....	35
3.6.Контроль зрівноваження.....	37
3.7.Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	40
Висновки	58
Літературні джерела.....	60
Додатки.....	61



Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену «Y» у бальній системі по шкалі EST і відповідей студентів за результатами анкетування після здачі екзамену «X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8» [2,3] побудована математична модель і виконаний детальний аналіз у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (Y_i) і відповіді студентів, які отримали той чи інший бал (X_i).

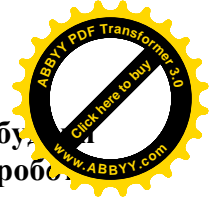
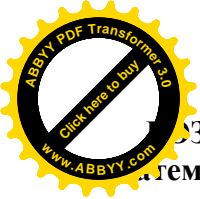
За цими даними була побудована математична модель у вигляді множинної регресії способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.



РЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

Нехай, Y – екзаменаційна оцінка студента (від 0 до 100 балів за шкалою EST – результуюча ознака).

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

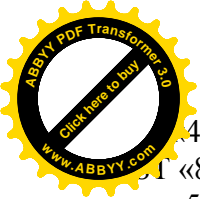
X1 – інтерес до вивчення дисципліни:

«0 балів» – інтерес до вивчення дисципліни відсутній; «В мене абсолютно відсутнє бажання вивчати дану дисципліну і оцінка на екзамені мене не цікавить».

«1 бал» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку на екзамені «50-59 балів» – E;

«2 бали» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку що відповідає шкалі EST D «60-75 балів»; «Пристойно, але зі значними недоліками»;

«3 бали» – «Мені потрібна оцінка C «76-79 балів» для того, щоб була четвірка у виписці до диплому»;



«4 бали» – інтерес до дисципліни високий, відповідає шкалі «80-89 балів» – «Дуже добре, вище середнього стандарту»; «5 балів» – підвищений інтерес; «Я бажаю внести свій внесок в дану дисципліну» – рівень творчості.

X2 – оцінка студентами роботи викладача: – відповідає традиційній екзаменаційній оцінці роботи студента «від 0 до 5 балів» з тією різницею, що оцінку роботи студента за семестр ставить викладач, а оцінку роботи викладача за семестр ставить студент.

X3 – складність вивчення дисципліни:

«0 балів» – ніякої складності у вивченні даної дисципліни немає;

«1 бал» – при вивченні даної дисципліни потрібні мінімальні затрати сил і часу;

«2 бали» – до вивчення дисципліни необхідно прикласти деякі зусилля і час;

«3 бали» – методика викладання дисципліни автоматично забезпечує добру оцінку на екзамені;

«4 бали» – до вивчення дисципліни потрібна значна концентрація зусиль і часу;

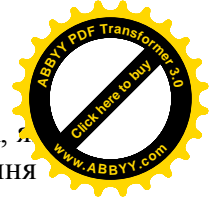
«5 балів» – максимальна концентрація зусиль і часу гарантує високу оцінку на екзамені.

X4 – елементи наукового пошуку:

«0 балів» – вся інформація при вивченні даної дисципліни добре представлена у рекомендованій літературі;

«1 бал» – необхідно вести конспект лекцій, в якому висвітлюються матеріали, яких не можна почерпнути із відомих літературних джерел;

«2 бали» – без конспекту лекцій неможливо проробляти практичні заняття;



«3 бали» – на практичних роботах вирішуються задачі, вимагають творчого підходу і максимального використання комп'ютерної техніки;

«4 бали» – максимальне використання теоретичного матеріалу лекційного курсу в поєднанні із максимальним використанням комп'ютерної техніки;

«5 балів» – написання власних монографій під керівництвом наукового керівника.

X5 – зв'язок зі спеціальністю:

«0 балів» – «Я не можу відмітити зв'язку зі спеціальністю;

«1 бал» – зв'язок зі спеціальністю незначний;

«2 бали» – зв'язок зі спеціальністю помірний;

«3 бали» – зв'язок зі спеціальністю добрий;

«4 бали» – зв'язок зі спеціальністю високий;

«5 балів» – зв'язок зі спеціальністю повний.

X6, X7 – степінь самостійності в написанні монографії:

«0 балів» – я не зміг завершити дослідження, щоб написати монографію;

«1 бал» – монографія не завершена;

«2 бали» – «Мені допомогли завершити роботу над монографією»;

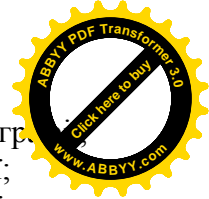
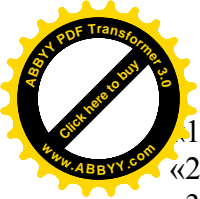
«3 бали» – «Я сам написав монографію при консультації і наявності допоміжних матеріалів»;

«4 бали» – «Необхідні розрахункові файли створені мною особисто»;

«5 балів» – «Монографія написана, набрана на комп'ютері і видана при моїй же власній авторській редакції».

X8 – оцінка студентами створеної наукової школи:

«0 балів» – наукова школа не відбулась, монографії не написані;

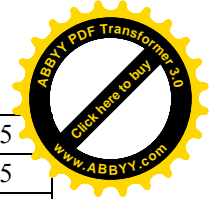
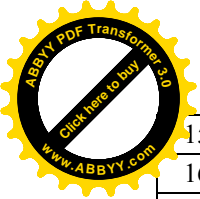


«1 бал» – 10 відсотків студентів написали власні монографії;
«2 бали» – 25 відсотків студентів написали монографії;
«3 бали» – 50 відсотків студентів написали монографії;
«4 бали» – 75 відсотків студентів написали монографії;
«5 балів» – 85 відсотків студентів написали монографії.

Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

Таблиця 1.1. Зведена таблиця успішності по шкалі EST

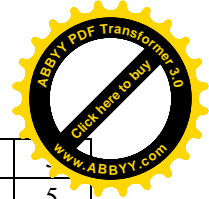
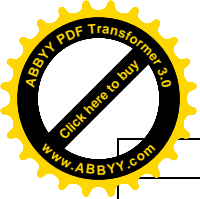
№п. п..	Екз. оц.	Інтерес вивчення дисципл.			Оцінка викладу	Трудність вивчення дисципліни	Елем. наук. пошуку	Зв'язок зі спец.	Оцінка моногр.1	Оцінка моногр.2	Оцінка Наук. школ.
		X0	X1	X2							
	У	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	
1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5	
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5	
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5	
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5	
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5	
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5	
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5	
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5	
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5	
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5	
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5	
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4	
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5	
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5	



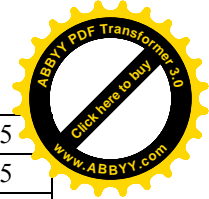
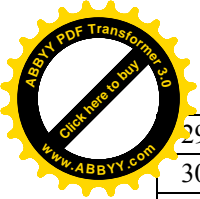
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
Σ	3547	38	182	189	148	178	183	183	172	187

1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту

Представимо матрицю X коефіцієнтів початкових рівнянь
Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].



1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5



29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5

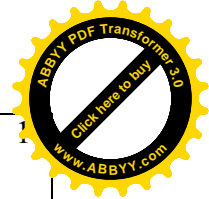
Приведемо описову статистику на 8 останніх стовпчиків матриці (значень X_1, X_2, \dots, X_8)

Відповіді студентів:

1. стовпчик – Інтерес до вивчення дисципліни (X_1);
2. стовпчик – Оцінка студентами роботи викладача (X_2);
3. стовпчик – Трудність вивчення дисципліни (X_3);
4. стовпчик – Елементи наукового пошуку (X_4)
5. стовпчик – Зв'язок зі спеціальністю (X_5);
6. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 1 (X_6);
7. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 2 (X_7);
8. стовпчик – Оцінка студентами роботи наукової школи в цілому (X_8).

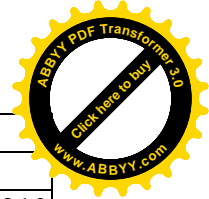
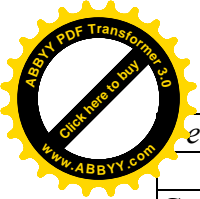
Таблиця 1.2. Описова статистика

Столбец1		Столбец2		Столбец3		Столбец4	
Среднее	4,789474	Среднее	4,973684211	Среднее	3,8947368	Среднее	4,6842105
Станд	0,0670	Станд	0,0263	Станд	0,1450	Станд	0,0852

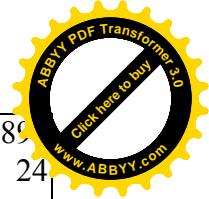
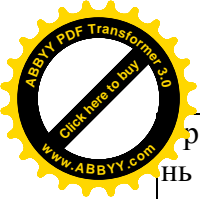


Датная ошибк а	23	артная ошибк а	15789	артная ошибк а	436	артная ошибк а	1
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	4	Медиа на	5
Мода	5	Мода	5	Мода	3	Мода	5
Станд артное откло нение	0,4131 55	Станд артное откло нение	0,1622 21421	Станд артное откло нение	0,8941 091	Станд артное откло нение	0,5253 191
Диспе рсия выбор ки	0,1706 97	Диспе рсия выбор ки	0,0263 15789	Диспе рсия выбор ки	0,7994 31	Диспе рсия выбор ки	0,2759 602
Эксце сс	0,1952 78	Эксце сс	38	Эксце сс	- 1,2813 299	Эксце сс	1,1260 723
Асим метри чность	- 1,4791 33	Асим метри чность	- 6,1644 14003	Асим метри чность	- 0,0245 445	Асим метри чность	- 1,4031 726
Интер вал	1	Интер вал	1	Интер вал	3	Интер вал	2
Мини мум	4	Мини мум	4	Мини мум	2	Мини мум	3
Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5
Сумма	182	Сумма	189	Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1358 01	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,0533 20854	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2938 863	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1726 681

Столб		Столб		Столб		Стол	
-------	--	-------	--	-------	--	------	--



	εϰ5		εϰ6		εϰ7		βεϰ8	
Средн ее	4,8157 895	Средн ее	4,8157 89	Средн ее	4,5263 16	Средн ее	4,9210 53	
Станда ртная ошибк а	0,0637 302	Станда ртная ошибк а	0,1352 27	Станд артная ошибк а	0,2222 89	Станд артна я ошибк а	0,0443 31	
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	5	Меди ана	5	
Мода	5	Мода	5	Мода	5	Мода	5	
Станда ртное отклон ение	0,3928 595	Станда ртное отклон ение	0,8335 94	Станд артно е откло нение	1,3702 8	Станд артно е откло нение	0,2732 76	
Диспе рсия выбор ки	0,1543 385	Диспе рсия выбор ки	0,6948 79	Диспе рсия выбор ки	1,8776 67	Диспе рсия выбор ки	0,0746 8	
Эксцес с	0,9256 09	Эксцес с	32,211 57	Эксце сс	8,1108 29	Эксце сс	9,0545 12	
Асимм етричн ость	- 1,6969 6	Асимм етричн ость	- 5,5434 04	Асим метри чност ь	- 3,0518	Асим метри чност ь	- 3,2527 1	
Интер вал	1	Интер вал	5	Интер вал	5	Интер вал	1	
Мини мум	4	Мини мум	0	Мини мум	0	Мини мум	4	
Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5	
Сумма	183	Сумма	183	Сумм а	172	Сумм а	187	
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38	

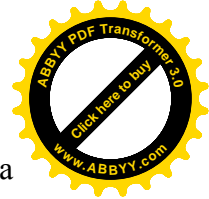
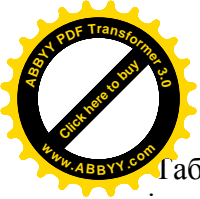


Уровень надежности(95,0%)	0,1291297	Уровень надежности(95,0%)	0,273996	Уровень надежности(95,0%)	0,4504	Уровень надежности(95,0%)	0,08924
------------------------------	-----------	------------------------------	----------	------------------------------	--------	------------------------------	---------

Таблица 1.3. Описова статистика результатів екзамену (оцінки по EST-вектор У)

<i>Столбец У</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	1,139162
Медиана	92,5
Мода	100
Стандартное отклонение	7,022267
Дисперсия выборки	49,31223
Экссесс	- 0,371058
Асимметричность	- 0,668396
Интервал	23
Минимум	77
Максимум	100
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	100
Наименьший(1)	77
Уровень надежности(95,0%)	2,308162

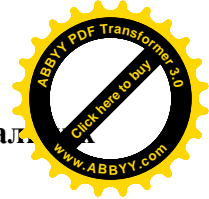
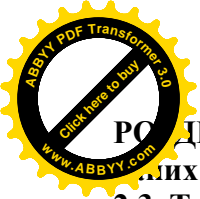
Забігаючи вперед, порівнюємо статистику оцінок викладача (табл.1.3) з оцінками, виставленими студентам комп'ютером (табл.1.4)



Таблиця 1.4. Описова статистика результатів екзамену за оцінками комп'ютера

<i>У'Столбец1</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,674123
Медиана	94,44051
Мода	94,44051
Стандартное отклонение	4,155576
Дисперсия выборки	17,26881
Экссесс	4,152453
Асимметричность	-
Интервал	22,26522
Минимум	80,19449
Максимум	102,4597
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4597
Наименьший(1)	80,19449
Уровень надежности(95,0%)	1,365904

В подальшому приведемо теоретичні основи обробки експериментальних даних.

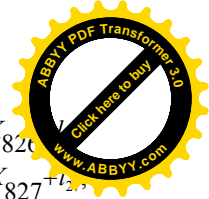
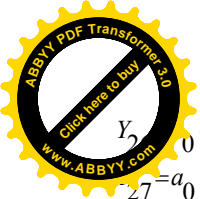


РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

Представимо n початкових рівнянь у вигляді [2]

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_0 + a_1 X_{11} + a_2 X_{21} + a_3 X_{31} + a_4 X_{41} + a_5 X_{51} + a_6 X_{61} + a_7 X_{71} + a_8 X_{81} + l_1, \\ Y_2 &= a_0 + a_1 X_{12} + a_2 X_{22} + a_3 X_{32} + a_4 X_{42} + a_5 X_{52} + a_6 X_{62} + a_7 X_{72} + a_8 X_{82} + l_2, \\ Y_3 &= a_0 + a_1 X_{13} + a_2 X_{23} + a_3 X_{33} + a_4 X_{43} + a_5 X_{53} + a_6 X_{63} + a_7 X_{73} + a_8 X_{83} + l_3, \\ Y_4 &= a_0 + a_1 X_{14} + a_2 X_{24} + a_3 X_{34} + a_4 X_{44} + a_5 X_{54} + a_6 X_{64} + a_7 X_{74} + a_8 X_{84} + l_4, \\ Y_5 &= a_0 + a_1 X_{15} + a_2 X_{25} + a_3 X_{35} + a_4 X_{45} + a_5 X_{55} + a_6 X_{65} + a_7 X_{75} + a_8 X_{85} + l_5, \\ Y_6 &= a_0 + a_1 X_{16} + a_2 X_{26} + a_3 X_{36} + a_4 X_{46} + a_5 X_{56} + a_6 X_{66} + a_7 X_{76} + a_8 X_{86} + l_6, \\ Y_7 &= a_0 + a_1 X_{17} + a_2 X_{27} + a_3 X_{37} + a_4 X_{47} + a_5 X_{57} + a_6 X_{67} + a_7 X_{77} + a_8 X_{87} + l_7, \\ Y_8 &= a_0 + a_1 X_{18} + a_2 X_{28} + a_3 X_{38} + a_4 X_{48} + a_5 X_{58} + a_6 X_{68} + a_7 X_{78} + a_8 X_{88} + l_8, \\ Y_9 &= a_0 + a_1 X_{19} + a_2 X_{29} + a_3 X_{39} + a_4 X_{49} + a_5 X_{59} + a_6 X_{69} + a_7 X_{79} + a_8 X_{89} + l_9, \quad (3.1) \\ Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{110} + a_2 X_{210} + a_3 X_{310} + a_4 X_{410} + a_5 X_{510} + a_6 X_{610} + a_7 X_{710} + a_8 X_{810} + l_{10}, \\ Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{111} + a_2 X_{211} + a_3 X_{311} + a_4 X_{411} + a_5 X_{511} + a_6 X_{611} + a_7 X_{711} + a_8 X_{811} + l_{11}, \\ Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{112} + a_2 X_{212} + a_3 X_{312} + a_4 X_{412} + a_5 X_{512} + a_6 X_{612} + a_7 X_{712} + a_8 X_{812} + l_{12}, \\ Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{113} + a_2 X_{213} + a_3 X_{313} + a_4 X_{413} + a_5 X_{513} + a_6 X_{613} + a_7 X_{713} + a_8 X_{813} + l_{13}, \\ Y_{14} &= a_0 + a_1 X_{114} + a_2 X_{214} + a_3 X_{314} + a_4 X_{414} + a_5 X_{514} + a_6 X_{614} + a_7 X_{714} + a_8 X_{814} + l_{14}, \\ Y_{15} &= a_0 + a_1 X_{115} + a_2 X_{215} + a_3 X_{315} + a_4 X_{415} + a_5 X_{515} + a_6 X_{615} + a_7 X_{715} + a_8 X_{815} + l_{15}, \\ Y_{16} &= a_0 + a_1 X_{116} + a_2 X_{216} + a_3 X_{316} + a_4 X_{416} + a_5 X_{516} + a_6 X_{616} + a_7 X_{716} + a_8 X_{816} + l_{16}, \\ Y_{17} &= a_0 + a_1 X_{117} + a_2 X_{217} + a_3 X_{317} + a_4 X_{417} + a_5 X_{517} + a_6 X_{617} + a_7 X_{717} + a_8 X_{817} + l_{17}, \\ Y_{18} &= a_0 + a_1 X_{118} + a_2 X_{218} + a_3 X_{318} + a_4 X_{418} + a_5 X_{518} + a_6 X_{618} + a_7 X_{718} + a_8 X_{818} + l_{18}, \\ Y_{19} &= a_0 + a_1 X_{119} + a_2 X_{219} + a_3 X_{319} + a_4 X_{419} + a_5 X_{519} + a_6 X_{619} + a_7 X_{719} + a_8 X_{819} + l_{19}, \\ Y_{20} &= a_0 + a_1 X_{120} + a_2 X_{220} + a_3 X_{320} + a_4 X_{420} + a_5 X_{520} + a_6 X_{620} + a_7 X_{720} + a_8 X_{820} + l_{20}, \\ Y_{21} &= a_0 + a_1 X_{121} + a_2 X_{221} + a_3 X_{321} + a_4 X_{421} + a_5 X_{521} + a_6 X_{621} + a_7 X_{721} + a_8 X_{821} + l_{21}, \\ Y_{22} &= a_0 + a_1 X_{122} + a_2 X_{222} + a_3 X_{322} + a_4 X_{422} + a_5 X_{522} + a_6 X_{622} + a_7 X_{722} + a_8 X_{822} + l_{22}, \\ Y_{23} &= a_0 + a_1 X_{123} + a_2 X_{223} + a_3 X_{323} + a_4 X_{423} + a_5 X_{523} + a_6 X_{623} + a_7 X_{723} + a_8 X_{823} + l_{23}, \\ Y_{24} &= a_0 + a_1 X_{124} + a_2 X_{224} + a_3 X_{324} + a_4 X_{424} + a_5 X_{524} + a_6 X_{624} + a_7 X_{724} + a_8 X_{824} + l_{24}, \\ Y_{25} &= a_0 + a_1 X_{125} + a_2 X_{225} + a_3 X_{325} + a_4 X_{425} + a_5 X_{525} + a_6 X_{625} + a_7 X_{725} + a_8 X_{825} + l_{25}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
Y_7 &= a_0 + a_1 X_{126} + a_2 X_{226} + a_3 X_{326} + a_4 X_{426} + a_5 X_{526} + a_6 X_{626} + a_7 X_{726} + a_8 X_{826} + l_{27}, \\
Y_{27} &= a_0 + a_1 X_{127} + a_2 X_{227} + a_3 X_{327} + a_4 X_{427} + a_5 X_{527} + a_6 X_{627} + a_7 X_{727} + a_8 X_{827} + l_{27}, \\
Y_{28} &= a_0 + a_1 X_{128} + a_2 X_{228} + a_3 X_{328} + a_4 X_{428} + a_5 X_{528} + a_6 X_{628} + a_7 X_{728} + a_8 X_{828} + l_{28}, \\
Y_{29} &= a_0 + a_1 X_{129} + a_2 X_{229} + a_3 X_{329} + a_4 X_{429} + a_5 X_{529} + a_6 X_{629} + a_7 X_{729} + a_8 X_{829} + l_{29}, \\
Y_{30} &= a_0 + a_1 X_{130} + a_2 X_{230} + a_3 X_{330} + a_4 X_{430} + a_5 X_{530} + a_6 X_{630} + a_7 X_{730} + a_8 X_{830} + l_{30}, \\
Y_{31} &= a_0 + a_1 X_{131} + a_2 X_{231} + a_3 X_{331} + a_4 X_{431} + a_5 X_{531} + a_6 X_{631} + a_7 X_{731} + a_8 X_{831} + l_{31}, \\
Y_{32} &= a_0 + a_1 X_{132} + a_2 X_{232} + a_3 X_{332} + a_4 X_{432} + a_5 X_{532} + a_6 X_{632} + a_7 X_{732} + a_8 X_{832} + l_{32}, \\
Y_{33} &= a_0 + a_1 X_{133} + a_2 X_{233} + a_3 X_{333} + a_4 X_{433} + a_5 X_{533} + a_6 X_{633} + a_7 X_{733} + a_8 X_{833} + l_{33}, \\
Y_{34} &= a_0 + a_1 X_{134} + a_2 X_{234} + a_3 X_{334} + a_4 X_{434} + a_5 X_{534} + a_6 X_{634} + a_7 X_{734} + a_8 X_{834} + l_{34}, \\
Y_{35} &= a_0 + a_1 X_{135} + a_2 X_{235} + a_3 X_{335} + a_4 X_{435} + a_5 X_{535} + a_6 X_{635} + a_7 X_{735} + a_8 X_{835} + l_{35}, \\
Y_{36} &= a_0 + a_1 X_{136} + a_2 X_{236} + a_3 X_{336} + a_4 X_{436} + a_5 X_{536} + a_6 X_{636} + a_7 X_{736} + a_8 X_{836} + l_{36}, \\
Y_{37} &= a_0 + a_1 X_{137} + a_2 X_{237} + a_3 X_{337} + a_4 X_{437} + a_5 X_{537} + a_6 X_{637} + a_7 X_{737} + a_8 X_{837} + l_{37}, \\
Y_{38} &= a_0 + a_1 X_{138} + a_2 X_{238} + a_3 X_{338} + a_4 X_{438} + a_5 X_{538} + a_6 X_{638} + a_7 X_{738} + a_8 X_{838} + l_{38}.
\end{aligned}$$

Або в матричній формі

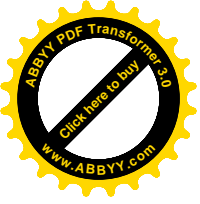
$$Y = Xa + l, \tag{3.2}$$

де Y – вектор-стовпець екзаменаційних оцінок по 100-бальній шкалі EST

$$\dots\dots\dots(3.3)$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{bmatrix}$$

X – матриця експертних оцінок студентів проведеного анкетування після здачі екзамену



$$X = \begin{bmatrix} X_{00} & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{81} \\ X_{00} & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{82} \\ X_{00} & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{83} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{00} & X_{138} & X_{238} & X_{338} & \dots & X_{838} \end{bmatrix},$$

.....(3.4)

X_0 –

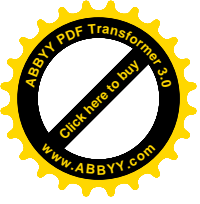
фіктивний фактор, всі значення якого дорівнюють одиниці.

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв’язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

Другим індексом позначений номер студента в загальному списку. Всього в експерименті приймало участь 38 студентів.

a – вектор-стовпець невідомих коефіцієнтів емпіричної формули



$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

l – вектор-стовпець відхилень фактичних даних від розрахункових

$$l = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ l_{38} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

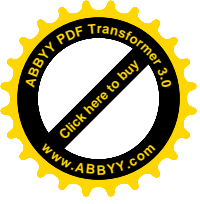
Так як

$$l = Y - Xa, \dots\dots\dots (3.7)$$

то функціонал Q буде

$$Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8) = \sum_{i=1}^{38} l_i^2, \dots\dots\dots (3.8)$$

тобто



$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = l^T l = [Y - [X]a]^T [Y - [X]a] \dots\dots\dots(3.9)$$

або

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - Y^T [X]a - a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a ,$$

..(3.10)

i

... (3.11)

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - 2a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a .$$

Для функціонала $Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8)$ в точці екстремуму виконується умова

$$\frac{dQ}{da^T} = 0. \dots\dots\dots(5.3.12)$$

З цієї умови отримаємо

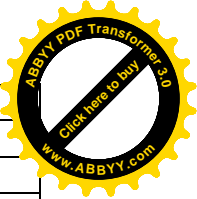
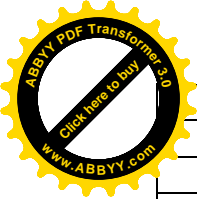
$$\frac{dQ}{da^T} = -2[X]^T Y + 2[X]^T [X]a \Rightarrow [X]^T [X]a = [X]^T Y. \dots\dots\dots(3.13)$$

Домножуючи зліва останнє матричне рівняння на матрицю обернену матриці

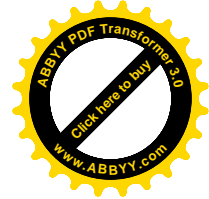
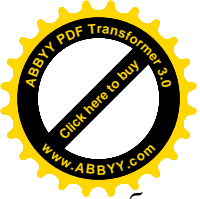
$[X]^T [X]$, отримаємо шуканий вектор a

$$a = \left[[X]^T [X] \right]^{-1} [X]^T Y, \dots\dots\dots(3.14)$$

де



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



$$N = [X]^T X, \quad (3.17)$$

або

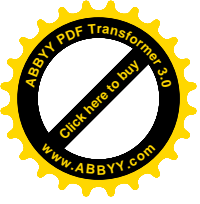
$$N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{mi} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

І в нашому випадку, ми отримали

Таблиця 3.3. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

38	182	189	148	178	183	183	172	187
182	878	906	708	854	881	880	833	897
189	906	941	737	886	911	910	856	930
148	708	737	606	695	713	712	674	729
178	854	886	695	844	860	855	803	877
183	881	911	713	860	887	885	838	902
183	880	910	712	855	885	907	855	905
172	833	856	674	803	838	855	848	851
187	897	930	729	877	902	905	851	923

Вектор вільних членів розраховується за формулою

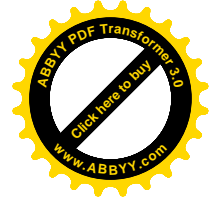
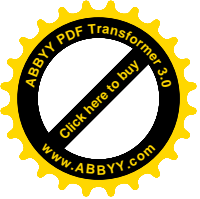


$$\ell = [X]^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} *$$

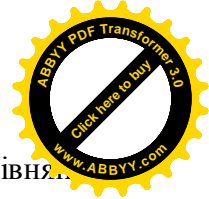
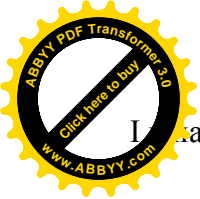
$$* \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{38} Y_i \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{2i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{3i} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{8i} \end{bmatrix}$$

(3.19)

При цьому вектор результуючих ознак



№п.п..	Екз.оц.
	У
1	100
2	90
3	90
4	100
5	89
6	89
7	95
8	100
9	90
10	89
11	100
12	80
13	89
14	90
15	100
16	90
17	100
18	100
19	77
20	77
21	100
22	100
23	90
24	100
25	100
26	100
27	100
28	100
29	100
30	85
31	90
32	90
33	86
34	86
35	100
36	90
37	95
38	100
Σ	3547



нашому випадку вектор вільних членів

Таблиця 3.4. Вектор вільних членів нормальних рівнянь

3547
17023
17646
13821
16593
17098
17158
16237
17470

Представимо формулу (3.14) у вигляді

$$a = [N]^{-1} * l, \tag{3.20}$$

де обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь має вигляд

$$N^{-1} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1}, \tag{3.21}$$

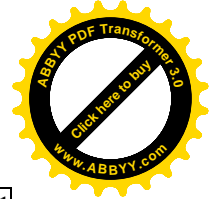
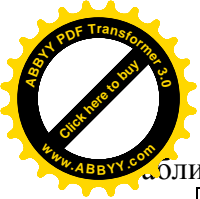
вектор вільних членів

$$\dots\dots\dots l = [X]^T Y.$$

Обернену матрицю знаходимо в MS Excel за формулою

$$=МОБР(A54:I62) \dots\dots\dots (3.23)$$

В нашому випадку матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знаходиться в діапазоні (A54:I62). Попередньо виділивши масив під обернену матрицю, натиском клавіш F2 , Ctrl +Shift + Enter , отримали



Таблиця 3.5. Обернена матриця $Q=N^{-1}$

37,60993079	0,17429873	-5,864444295	0,097911
0,17429873	0,399089485	-0,121236141	0,019524
-5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679
0,097910912	0,0195237	-0,046786832	0,037681
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

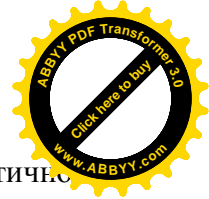
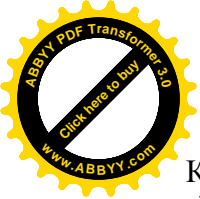
Продовження матриці $Q=N^{-1}$

0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Перемноживши обернену матрицю на вектор вільних членів, за формулою (5.3.20) отримали
Таблиця 3.6. Вектор шуканих коефіцієнтів.

$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$$

54,49228	a0
5,747557	a1
5,200595	a2
-0,07381	a3
-0,96701	a4
-6,97838	a5
0,037116	a6
2,585372	a7



2,43821	a8
---------	----

Коефіцієнти емпіричної формули побудованої атематичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи розраховувались в MS Excel за формулою

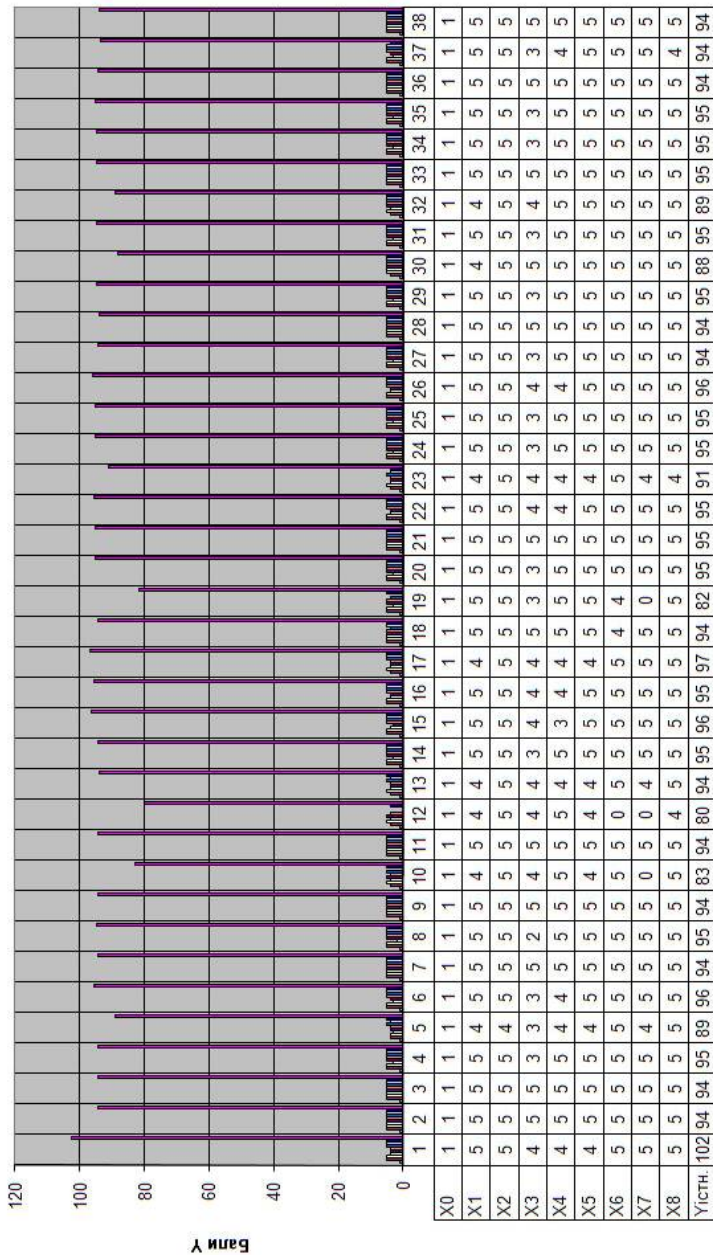
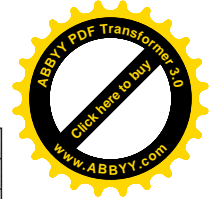
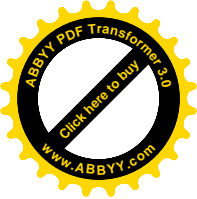
$$=МУМНОЖ(А66:І74;К54:К62). \quad (3.24)$$

При цьому обернена матриця знаходилась в діапазоні (А66:І54), а вектор вільних членів розміщувався в діапазоні (К54:К62). Попередньо виділивши масив під вектор коефіцієнтів математичної моделі, натиском клавіш F2, Ctrl +Shift + Enter, отримали вище приведені значення, на основі чого представляємо математичну модель базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи, яку приймаємо за істинну модель.

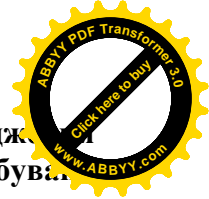
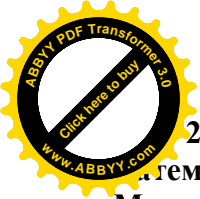
$$Y_{\text{істн.}}' = 54.49228X_0 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.07381X_3 - 0.96701X_4 - 6.97838X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.43821X_8. \quad (3.24)$$

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно побудувати спотворену математичну модель методом статистичних випробувань Монте Карло і зрівноважити її по способу найменших квадратів, виконавши повну оцінку точності зрівноважених елементів. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

На діаграмі 1 приведена істинна модель, в яку в подальшому вводилися істинні похибки, будувалася спотворена модель, зрівноважувалася по способу найменших квадратів, аналізувалася і досліджувалася, що і було предметом досліджень даної монографії.



Експертні оцінки X



2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань

Монте Карло

При проведенні досліджень прийємо середню квадратичну похибку оцінки відповіді студента викладачом в 0,5 балів за шкалою EST.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 .

Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олегом Олександровичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

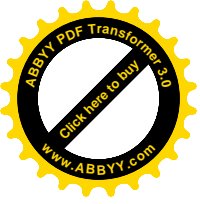
Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 38 псевдовипадкових чисел, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N \quad , \quad (4.1)$$

де N – номер варіанту (дві останні цифри математичної моделі).

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які прийємо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i ,розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{ip} .



$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n},$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вчисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m_{\Delta'}} \dots \quad (4.5)$$

де C – необхідна нормована константа.

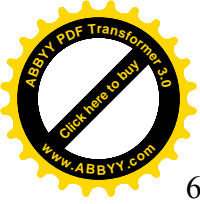
Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357,$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$



6. Заключним контролем служит розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

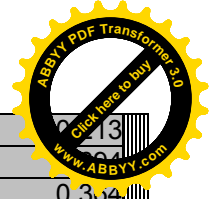
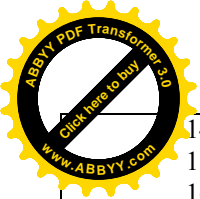
$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння

$$m_{\Delta} = C \quad (4.8)$$

Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$	$\Delta_i' = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = k * \Delta_i'$	Δ_i^2
20,0082	0,010	-0,002	0,000	-0,168	0,028
30,0187	0,010	0,009	0,000	0,763	0,582
40,0124	0,010	0,002	0,000	0,204	0,042
50,0042	0,010	-0,006	0,000	-0,523	0,273
60,0194	0,010	0,009	0,000	0,825	0,681
70,0154	0,010	0,005	0,000	0,470	0,221
80,0072	0,010	-0,003	0,000	-0,257	0,066
90,0012	0,010	-0,009	0,000	-0,789	0,622
100,0162	0,010	0,006	0,000	0,541	0,293
110,0148	0,010	0,005	0,000	0,417	0,174
120,0152	0,010	0,005	0,000	0,453	0,205
130,0147	0,010	0,005	0,000	0,408	0,167

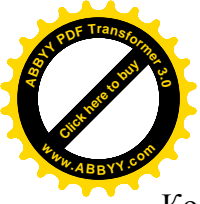


14	0,0153	0,010	0,005	0,000	0,462	0,13
15	0,0007	0,010	-0,009	0,000	-0,833	0,04
16	0,0169	0,010	0,007	0,000	0,603	0,304
17	0,0123	0,010	0,002	0,000	0,196	0,038
18	0,014	0,010	0,004	0,000	0,346	0,120
19	0,0019	0,010	-0,008	0,000	-0,727	0,528
20	0,0043	0,010	-0,006	0,000	-0,514	0,264
21	0,0021	0,010	-0,008	0,000	-0,709	0,503
22	0,0058	0,010	-0,004	0,000	-0,381	0,145
23	0,0182	0,010	0,008	0,000	0,719	0,517
24	0,0115	0,010	0,001	0,000	0,125	0,016
25	0,0092	0,010	-0,001	0,000	-0,079	0,006
26	0,0099	0,010	0,000	0,000	-0,017	0,000
27	0,0139	0,010	0,004	0,000	0,337	0,114
28	0,0039	0,010	-0,006	0,000	-0,549	0,302
29	0,0133	0,010	0,003	0,000	0,284	0,081
30	0,0148	0,010	0,005	0,000	0,417	0,174
31	0,0083	0,010	-0,002	0,000	-0,159	0,025
32	0,0019	0,010	-0,008	0,000	-0,727	0,528
33	0,016	0,010	0,006	0,000	0,524	0,274
34	0,0005	0,010	-0,010	0,000	-0,851	0,724
35	0,0047	0,010	-0,005	0,000	-0,478	0,229
36	0,0076	0,010	-0,002	0,000	-0,221	0,049
37	0,0111	0,010	0,001	0,000	0,089	0,008
38	0,0053	0,010	-0,005	0,000	-0,425	0,181
39	0,0126	0,010	0,003	0,000	0,222	0,049
40	0,384	0,384	0,000	0,001	0,000	9,500

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m\Delta i' = \sqrt{([\Delta i'^2/n])}$$

0,005638633



Коефіцієнт пропорційності

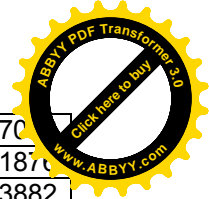
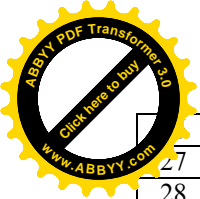
$$K = \frac{0,5}{0,005638633} = 88,673974..$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9,500}{38}} = 0,5 .$$

Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{сномв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	Екз.оцін.	Уіст.=X*А		
2	100	102,4597125	-0,168	102,29170
3	90	94,44050746	0,763	95,20357
4	90	94,44050746	0,204	94,64492
5	100	94,58812998	-0,523	94,06542
6	89	89	0,825	89,82513
7	89	95,55514436	0,470	96,02558
8	95	94,44050746	-0,257	94,18382
9	100	94,66194123	-0,789	93,87321
10	90	94,44050746	0,541	94,98189
11	89	82,81828264	0,417	83,23552
12	100	94,44050746	0,453	94,89321
13	80	80,19449082	0,408	80,60286
14	89	94,12678395	0,462	94,58836
15	90	94,58812998	-0,833	93,75506
16	100	96,44834749	0,603	97,05180
17	90	95,48133311	0,196	95,67688
18	100	96,71215568	0,346	97,05845
19	100	94,40339101	-0,727	93,67673
20	77	81,62415487	-0,514	81,11031
21	77	94,58812998	-0,709	93,87920
22	100	94,44050746	-0,381	94,05968
23	100	95,48133311	0,719	96,20006
24	90	91,68857438	0,125	91,81318
25	100	94,58812998	-0,079	94,50879



	100	94,58812998	-0,017	94,570
27	100	95,48133311	0,337	95,8187
28	100	94,58812998	-0,549	94,03882
29	100	94,44050746	0,284	94,72473
30	100	94,58812998	0,417	95,00536
31	85	88,69295063	-0,159	88,53380
32	90	94,58812998	-0,727	93,86147
33	90	88,76676189	0,524	89,29041
34	86	94,44050746	-0,851	93,58970
35	86	94,58812998	-0,478	94,10976
36	100	94,58812998	-0,221	94,36691
37	90	94,44050746	0,089	94,52965
38	95	93,11693479	-0,425	92,69177
39	100	94,44050746	0,222	94,66266
Σ	3547	3547	0,000	3547,00000

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

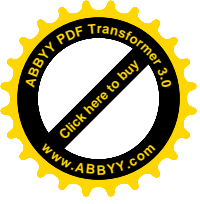
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження

3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження

За формулою (3.19) отримаємо вектор вільних членів нормальних рівнянь

$$= \text{МУМНОЖ}(A46:AL54; AI2: Ai39) F2, \text{Ctrl+Shift+Enter} \quad (5.1)$$

$L' = X_T * Y_{\text{спт.}}$
3547
17020,05229



17645,17487
13826,12349
16588,90653
17095,5848
17157,19867
16234,02989
17469,89219

Вектор
вільних
членів

Вектор коефіцієнтів математичної моделі ,побудованої
в даній монографії, отримаємо за формулою

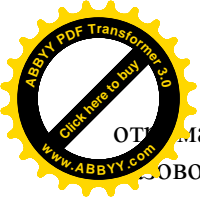
$$A' = QL', \quad (5.2)$$

І в нашому випадку

=МУМНОЖ(A68:I76;R68:R76) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.3)

A'=Q*L'	
58,259559	a0
5,362949	a1
4,670121	a2
0,127456	a3
-1,422136	a4
-6,774464	a5
-0,013136	a6
2,538491	a7
2,749808	a8
Вектор коефіцієнтів	
зрівноваженої моделі	

Таким чином, на основі проведених нами досліджень,



Отримана емпірична формула математичної моделі з
даної дисципліни в рамках наукової школи

$$Y_{\text{моделі}}' = 58,259559X_0 + 5,362949X_1 + 4,670121X_2 + 0,127456X_3 - 1,422136X_4 - 6,774464X - 0,013136X_6 + 2,538491X_7 + 2,749808X_8. \quad (5.4)$$

3.6. Контроль зрівноваження

Перший контроль виконання процедури зрівноваження виконується за формулою

$$L' = N * A' \quad (6.1)$$

або для нашого розрахункового файла
=МУМНОЖ(A57:I65;T68:T76)) F2, Ctrl+Shift+Enter (6.2)

І в нашому випадку

L'=N*A'
3547,000
17020,052
17645,175
13826,123
16588,907
17095,585
17157,199
16234,030
17469,892
Контроль 1

Другий контроль процедури зрівноваження виконується за формулою



$$\begin{aligned} & [YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] - \\ & - a_5[YX_5] - a_6[YX_6] - a_7[YX_7] - a_8[YX_8] = [VV] \end{aligned} \quad (6.3)$$

У формулі (6.3) символом [] позначені суми за Гаусом. Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою

$$=S40-МУМНОЖ(ТРАНСП(Т68:Т76);R68:R76) \quad (6.4)$$

В чарунку S40 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (Т68:Т76) знаходилися значення $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$, в діапазоні (R68:R76) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь.

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$|Y^T Y| - \ell K^T = |V^T V| \quad \dots \quad (6.5)$$

В нашому випадку отримали

$$\begin{aligned} |Y^T Y| - \ell K^T &= 5,3809343, \\ |V^T V| &= 5,3809343. \end{aligned}$$

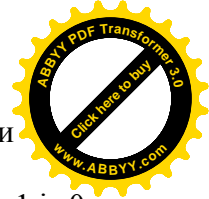
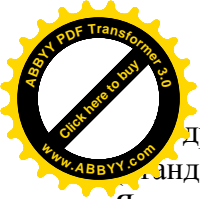
Різниця між даними числами склала $\Delta=0,00000001$, що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Третім контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

$$=ЛИНЕЙН(R2:R39;H2:P39;1;1) \quad F2, Ctrl+Shift+Enter..(6.6)$$

Діапазоном (R2:R39) відмічені екзаменаційні оцінки $Y_{сп}$, діапазоном (H2:P39) відмічені результати експертних оцінок студентів.

В строчці (1) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (3.24) математичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи .



другій строчці приведені середні квадратичні похибки (стандарти) даних коефіцієнтів.

Як видно із табл.6.1 , лише для коефіцієнтів $a_8, a_7, a_5, a_4, a_2, a_1$ і a_0 середні квадратичні похибки менші самих коефіцієнтів.

Таблиця 6.1. Другий контроль процедури зрівноваження

a_8	a_7	a_6	a_5		
2,749808344	2,53849073	-0,01313558	-6,77446358	=ai	A"трансп
0,336238005	0,076601645	0,12660566	0,319811095	стандарт S	$a_i = S \sqrt{d_{ii}}$
0,991471091	0,430754523	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ
421,4000361	29	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
625,5243901	5,380934313	#Н/Д	#Н/Д	$[(Y' - Y_{сп})^2]$	$[VV]$
a_8	a_7	a_6	a_5		

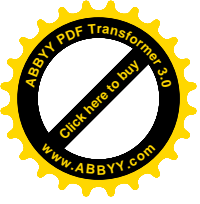
Продовження таблиці 6.1.

a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
-1,422136	0,127456	4,67012064	5,362949	58,259559
0,161865	0,083616	0,49471612	0,272123	2,6416855
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Розраховуючи зрівноважені значення \tilde{Y} , отримали

Таблиця 6.2.Зрівноважені значення Y'

$Y' = X * A'$	$V = Y' - Y_{спт}$	VV
102,5241515	0,23245	0,054034
94,45500831	-0,74856	0,560345
94,45500831	-0,18992	0,036068
94,20009532	0,13468	0,018137
89,82513466	0,00000	1,28E-22
95,62223147	-0,40335	0,162693
94,45500831	0,27119	0,073543
94,07263883	0,19943	0,039772
94,45500831	-0,52688	0,277599
83,04661273	-0,18890	0,035685
94,45500831	-0,43820	0,192022
80,36248231	-0,24038	0,05778
94,6227118	0,03436	0,00118

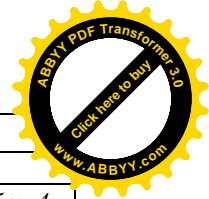
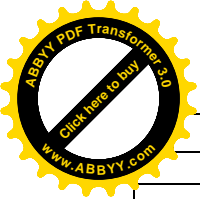


97,1718241	0,12003	0,014406
95,74968796	0,07281	0,005301
97,16120253	0,10275	0,010558
94,46814389	0,79141	0,626334
81,52077726	0,41046	0,168481
94,20009532	0,32089	0,102971
94,45500831	0,39533	0,156288
95,74968796	-0,45037	0,202834
91,87290345	0,05972	0,003566
94,20009532	-0,30869	0,095292
94,20009532	-0,37077	0,137468
95,74968796	-0,06907	0,004771
94,20009532	0,16128	0,02601
94,45500831	-0,26972	0,07275
94,20009532	-0,80527	0,648458
89,09205929	0,55826	0,311649
94,20009532	0,33863	0,114667
88,9646028	-0,32580	0,106147
94,45500831	0,86530	0,748752
94,20009532	0,09034	0,008161
94,20009532	-0,16682	0,027828
94,45500831	-0,07464	0,005571
92,87242312	0,18066	0,032637
94,45500831	-0,20765	0,043119
3547	1,34E-10	5,380934

3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.1)$$



Кореляційна матриця факторних ознак R

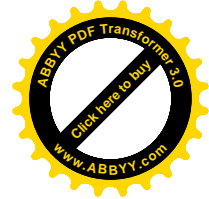
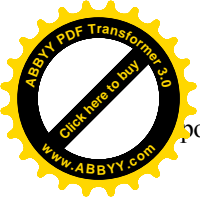
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця Z=1/R

	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132
	X1	X2	X3	X4



Продовження матриці $Z=1/R$

	5	6	7	8
-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604	
-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221	
0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873	
-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813	
3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092	
-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744	
-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115	
-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603	
X5	X6	X7	X8	

Частинні коефіцієнти кореляції

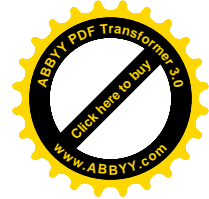
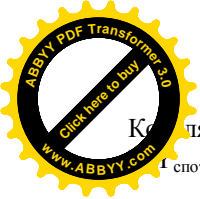
$$r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} \cdot z_{jj})}}$$

	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці

$$r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} \cdot z_{jj})}}$$

-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
X5	X6	X7	X8



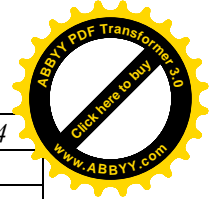
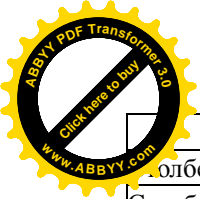
Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
(спотв., X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)

	<i>Столбец 1</i>	<i>Столбец 2</i>	<i>Столбец 3</i>	<i>Столбец 4</i>
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,03507725
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671
	Успотв.	X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

<i>Столбец 5</i>	<i>Столбец 6</i>	<i>Столбец 7</i>	<i>Столбец 8</i>	<i>Столбец 9</i>
1				
0,36039265	1			
-0,140922936	0,304486	1		
-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y'_{\text{зрівн.}})$



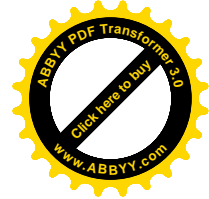
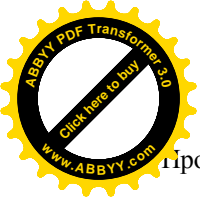
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці R(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,Y' зрівн.)

1				
0,306225931	1			
0,486201157	0,631377	1		
0,364366275	0,527649	0,330486	1	
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X5	X6	X7	X8	Y'зрівн.

Кореляційна матриця істинної моделі R(X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,Yістн.)

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245
		X1	X2	X3



Продовження кореляційної матриці істинної моделі

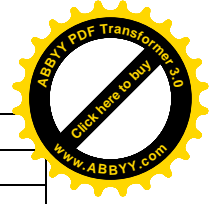
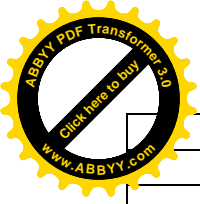
Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,03681712
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219
Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,04813109
	Үекзам.	X0	X1	X2

Продовження кореляційної матриці результатів екзамену

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10



1					
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8

Оберненими вагами встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі будуть діагональні елементи оберненої матриці Q .

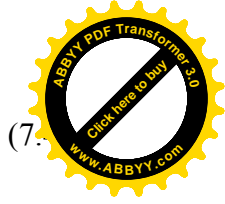
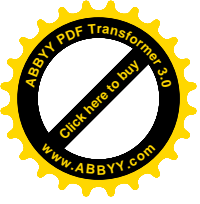
Середні квадратичні похибки коефіцієнтів розраховують за формулою

$$m_a = \mu \sqrt{Q_{I=J}}, \quad (7.3)$$

Таблиця 7.1. Обернені ваги встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі і їх середні квадратичні похибки

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma	
37,60993	6,1326936	2,641686	a0
0,399089	0,6317353	0,272123	a1
1,319023	1,14848736	0,494716	a2
0,037681	0,19411615	0,083616	a3
0,141204	0,37577152	0,161865	a4
0,551223	0,74244396	0,319811	a5
0,086387	0,29391603	0,126606	a6
0,031624	0,17783132	0,076602	a7
0,609304	0,78057916	0,336238	a8

Значимість коефіцієнтів встановлюється за формулою



$$t_a = a / m_a ,$$

(7.

І в нашому випадку отримаємо

t=a/ma	
22,05393	
19,70782	Інтерес
9,440001	Роб.викл.
1,5243	Трудність
8,785924	Наук.пош.
21,1827	Зв'яз.спец
0,103752	Моногр.1
33,13885	Моногр.2
8,17816	Наук.школ
Значимість	

t(0,05;30)=	2,042272
-------------	----------

Для коефіцієнтів регресії $a_0, a_1, a_2, a_4, a_5, a_7, a_8$ $t > t(0,05;30)$, тобто коефіцієнти регресії статистично значимі, а значить і сама математична модель адекватно описує якість засвоєння дисципліни.

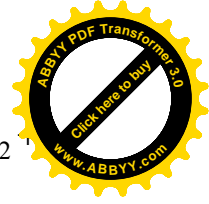
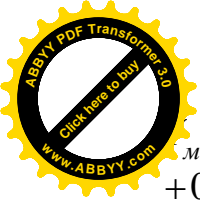
Коефіцієнти a_3, a_6 незначимі і їх можна виключити з розгляду.

Згідно таблиці 6.1 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,9885511$, тобто маємо дуже тісну кореляцію з моделлю.

За критерієм Фішера-Снедекора ми отримали

F _{0,05;8;29}	2,278251
F=	421,40004
	F > F _{табл.}

Оскільки $F > F(0.05;8;29)$, тобто $(383,487 > 2,278)$, то згідно критерію Фішера з надійністю $P=0,95$ математичну модель



$$\begin{aligned} \text{моделі} &= 58,259559X_0 + 5,362949X_1 + 4,670121X_2 + \\ &+ 0,127456X_3 - 1,422136X_4 - 6,774464X - \\ &- 0,013136X_6 + 2,538491X_7 + 2,749808X_8. \end{aligned}$$

можна вважати адекватною експериментальним даним і на підставі прийнятої моделі можна проводити педагогічний аналіз.

Знайдемо значення оберненої ваги зрівноваженої функції $1/P_y$ за Формулою

$$\frac{1}{P_\varphi} = \varphi Q \varphi^T \quad (7.5)$$

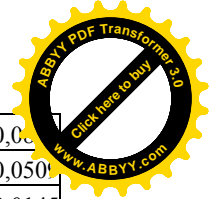
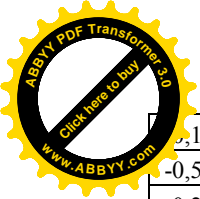
Для цього попередньо перемножимо матриці

$$Q' = XN^{-1}, \quad (7.6)$$

$$= \text{МУМНОЖ}(H2:P39;A68:I76) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter.} \quad (7.7)$$

Допоміжна матриця Q'

-0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
5	-1,53E-14	-1,3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14	
-0,3495	-0,0201	0,0736	-0,0302	-0,1015	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,3499	-0,0076	0,08054	-0,072	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,1387	-0,0198	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0015	0,0118	0,1610
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,3490	-0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,7332	-0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757



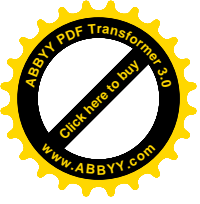
0,1658	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0000
-0,5278	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,0447	-0,1190	0,0500
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294

Обернену вагу $1/P_{\phi}$ знаходимо порядковим множенням
 $=\text{МУМНОЖ}(W2:AE2;A46:A54)$ F2, Ctrl+Shift+Enter ,
 (7.8)

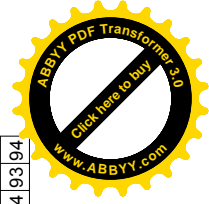
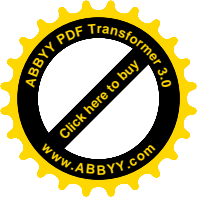
де першою строчкою (W2:AE2) буде перша строчка матриці Q',
 стовпчиком (A46:A54) ,буде перший стовпчик
 транспонованої матриці X^T .

Таблиця 7.2. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні
 квадратичні похибки

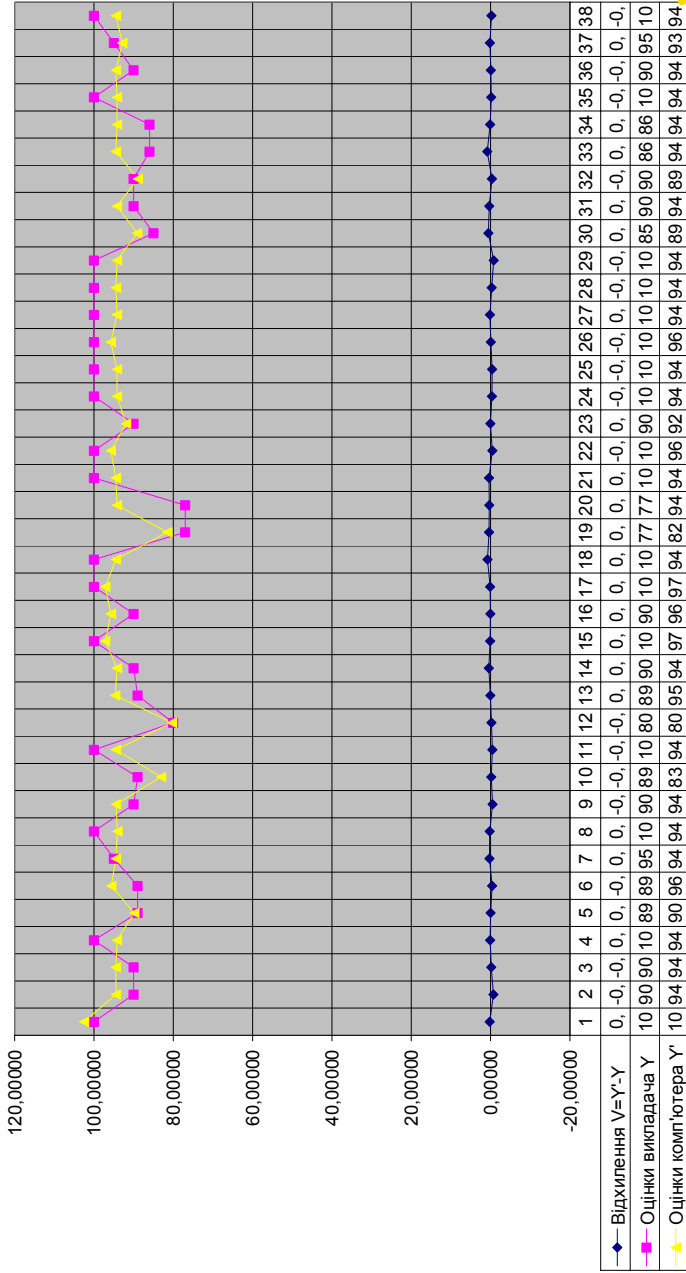
$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,300821
0,08594	0,293155	0,126278
0,08594	0,293155	0,126278
0,075925	0,275546	0,118693
1	1	0,430755
0,13783	0,371254	0,159919



0,08594	0,293155	0,126278
0,183961	0,428907	0,184754
0,08594	0,293155	0,126278
0,62038	0,787642	0,33928
0,08594	0,293155	0,126278
0,945212	0,97222	0,418788
0,263131	0,512963	0,220961
0,075925	0,275546	0,118693
0,469169	0,684959	0,295049
0,115006	0,339126	0,14608
0,318474	0,564335	0,24309
0,148166	0,384923	0,165807
0,569883	0,754906	0,325179
0,075925	0,275546	0,118693
0,08594	0,293155	0,126278
0,115006	0,339126	0,14608
0,550332	0,741844	0,319553
0,075925	0,275546	0,118693
0,075925	0,275546	0,118693
0,115006	0,339126	0,14608
0,075925	0,275546	0,118693
0,08594	0,293155	0,126278
0,075925	0,275546	0,118693
0,383167	0,619005	0,266639
0,075925	0,275546	0,118693
0,379526	0,616057	0,265369
0,08594	0,293155	0,126278
0,075925	0,275546	0,118693
0,075925	0,275546	0,118693
0,08594	0,293155	0,126278
0,579391	0,761177	0,327881
0,08594	0,293155	0,126278
0,08594	0,293155	0,126278



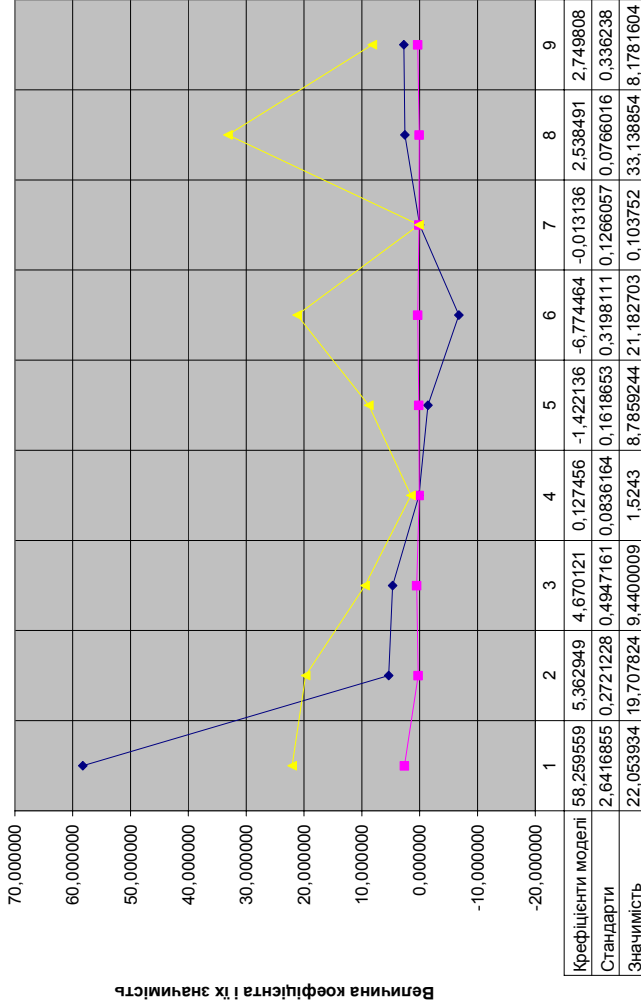
Екзаменаційні оцінки



Бали по шкалі EST

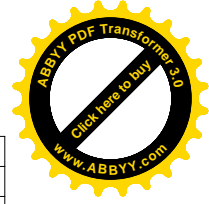
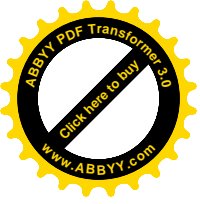


Коефіцієнти моделі і їх значимість

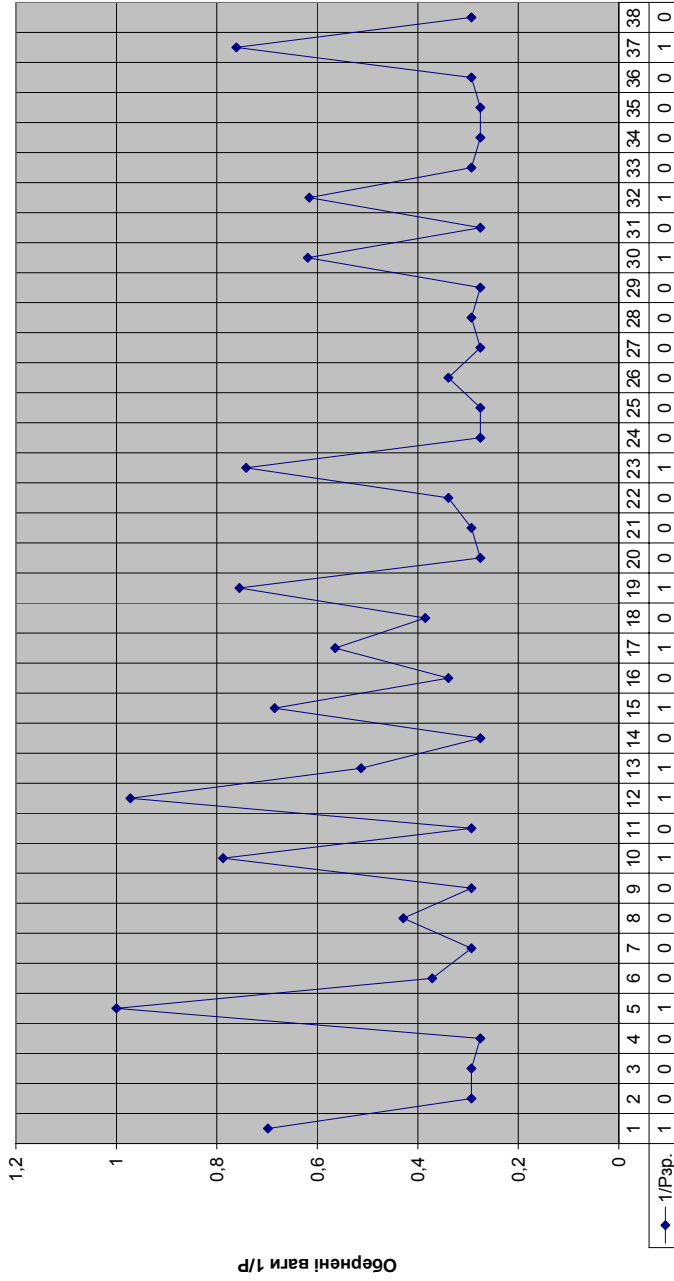


Величина коефіцієнта і їх значимість

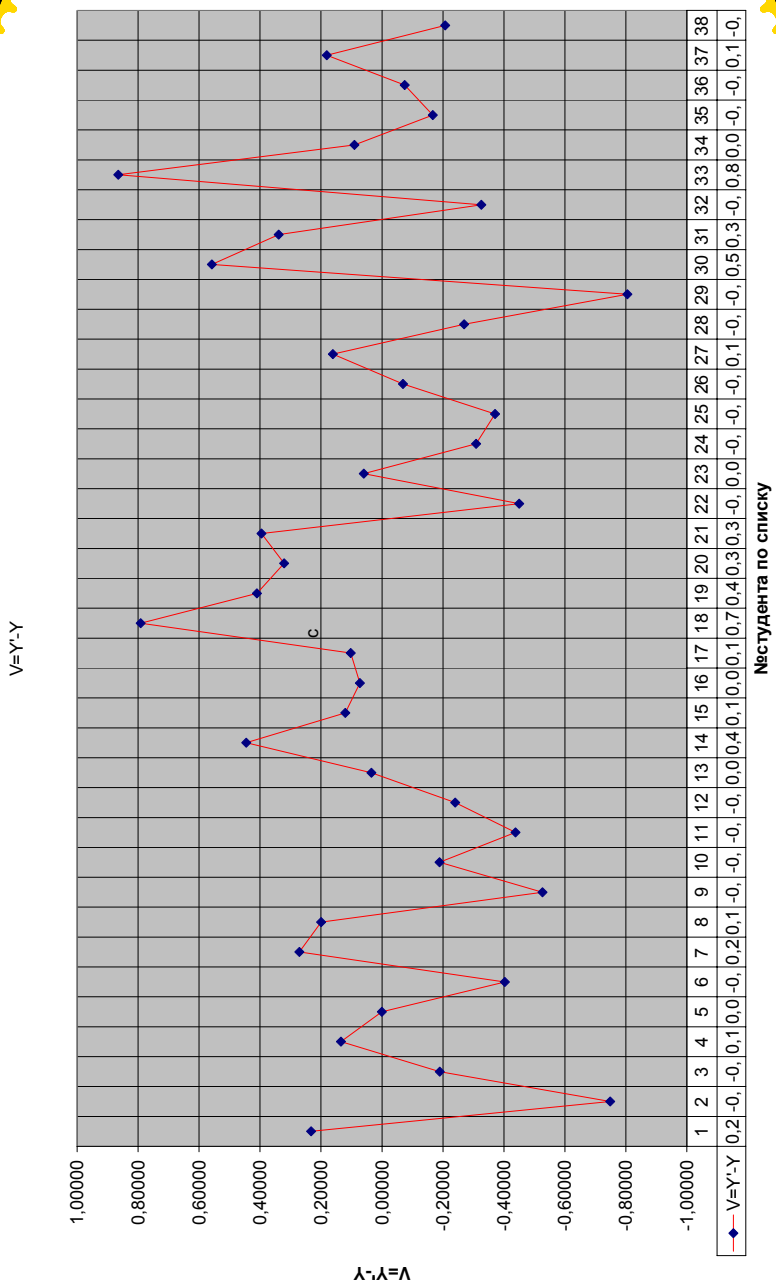
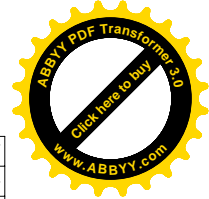
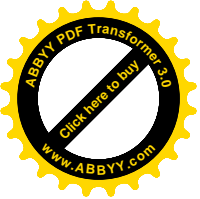
Крефіцієнти моделі
Стандарти
Значимість



Обернені ваги

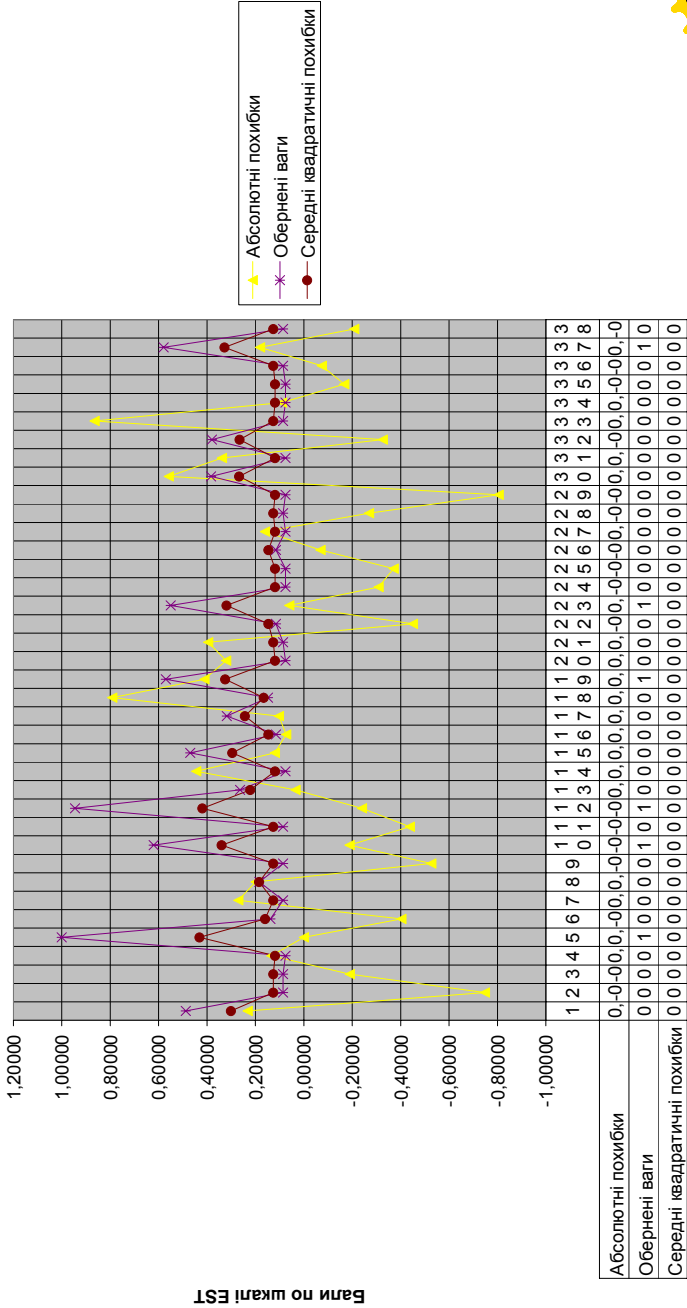


№ студента по списку

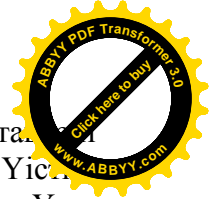
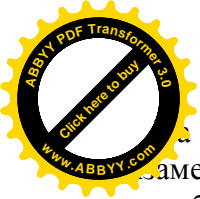


№ студента по списку

Порівняльний аналіз похибок



Бали по шкалі EST



На першій діаграмі «Істинна модель» (стор.29) представлено експертні оцінки істинної математичної моделі $Y_{\text{іст.}}$ розробленої Р.М.Літнарівичем і приведеної значеннями « Y ». Крім того, на діаграмі представлені експертні оцінки $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ факторної множинної регресії.

На другій діаграмі (с.52) приведені значення « $U_{\text{іст.}}$ » (лівий стовпчик) і « $U_{\text{спотв.}}$ » - оцінки спотвореної моделі (правий стовпчик), побудованої автором даної монографії.

На третій діаграмі проілюстровані оцінки викладача Y і комп'ютера Y' , а також їх відхилення V .

На четвертій діаграмі «Коефіцієнти моделі і їх значимість» дана графічна інтерпретація коефіцієнтів побудованої в даній монографії математичній моделі, їх стандартні похибки і статистична значимість коефіцієнтів.

На п'ятій діаграмі представлені обернені ваги зрівноваженої функції.

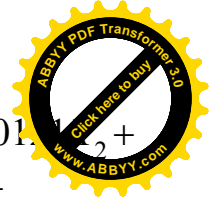
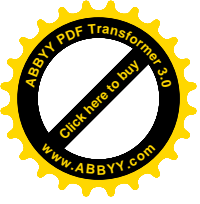
На шостій діаграмі проілюстровані абсолютні відхилення зрівноваженої моделі від істинної.

Сьома діаграма ілюструє порівняльний аналіз похибок зрівноваженої математичної моделі.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула



$$Y_{\text{моделі}}' = 58,259559X_0 + 5,362949X_1 + 4,67011X_2 + 0,127456X_3 - 1,422136X_4 - 6,774464X_5 - 0,013136X_6 + 2,538491X_7 + 2,749808X_8.$$

залежності екзаменаційних оцінок Y' і факторних ознак X_i .

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,489958$ бала.

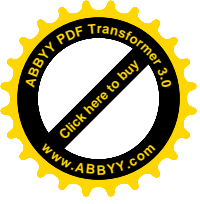
Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

2,641686	ma0
0,272123	ma1
0,494716	ma2
0,083616	ma3
0,161865	ma4
0,319811	ma5
0,126606	ma6
0,076602	ma7
0,336238	ma8

Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

t=a/ma	
22,05393	
19,70782	Інтерес
9,440001	Роб.викл.
1,5243	Трудність
8,785924	Наук.пош.
21,1827	Зв'яз.спец
0,103752	Моногр.1
33,13885	Моногр.2
8,17816	Наук.школ

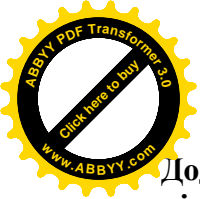
6. Встановлені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{φ} .



7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в педагогіці .

Літературні джерела

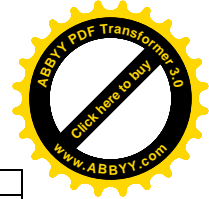
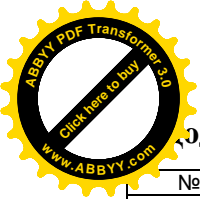
1. Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МЕГУ, Рівне,- 383 с.
3. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МЕГУ, Рівне, 2009, -32с.
4. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, -17с.
5. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
6. Літнарівич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.
- 7.Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна Психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник -К.: МАУП, 2004, -128 с.
8. Якимчук А.Й.Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло.Множинний регресійний аналіз.Модель ДА-50.МЕГУ,Рівне,2009,-72с.



Додатки

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел і підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

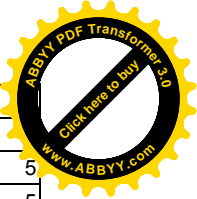
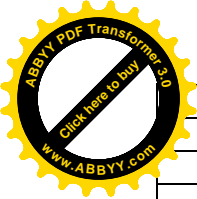
	$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$	$\Delta_i = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = k * \Delta_i'$	Δ_i^2
2	0,0082	0,010	-0,002	0,000	-0,168	0,028
3	0,0187	0,010	0,009	0,000	0,763	0,582
4	0,0124	0,010	0,002	0,000	0,204	0,042
5	0,0042	0,010	-0,006	0,000	-0,523	0,273
6	0,0194	0,010	0,009	0,000	0,825	0,681
7	0,0154	0,010	0,005	0,000	0,470	0,221
8	0,0072	0,010	-0,003	0,000	-0,257	0,066
9	0,0012	0,010	-0,009	0,000	-0,789	0,622
10	0,0162	0,010	0,006	0,000	0,541	0,293
11	0,0148	0,010	0,005	0,000	0,417	0,174
12	0,0152	0,010	0,005	0,000	0,453	0,205
13	0,0147	0,010	0,005	0,000	0,408	0,167
14	0,0153	0,010	0,005	0,000	0,462	0,213
15	0,0007	0,010	-0,009	0,000	-0,833	0,694
16	0,0169	0,010	0,007	0,000	0,603	0,364
17	0,0123	0,010	0,002	0,000	0,196	0,038
18	0,0140	0,010	0,004	0,000	0,346	0,120
19	0,0019	0,010	-0,008	0,000	-0,727	0,528
20	0,0043	0,010	-0,006	0,000	-0,514	0,264
21	0,0021	0,010	-0,008	0,000	-0,709	0,503
22	0,0058	0,010	-0,004	0,000	-0,381	0,145
23	0,0182	0,010	0,008	0,000	0,719	0,517
24	0,0115	0,010	0,001	0,000	0,125	0,016
25	0,0092	0,010	-0,001	0,000	-0,079	0,006
26	0,0099	0,010	0,000	0,000	-0,017	0,000
27	0,0139	0,010	0,004	0,000	0,337	0,114
28	0,0039	0,010	-0,006	0,000	-0,549	0,302
29	0,0133	0,010	0,003	0,000	0,284	0,081
30	0,0148	0,010	0,005	0,000	0,417	0,174
31	0,0083	0,010	-0,002	0,000	-0,159	0,025
32	0,0019	0,010	-0,008	0,000	-0,727	0,528
33	0,0160	0,010	0,006	0,000	0,524	0,274
34	0,0005	0,010	-0,010	0,000	-0,851	0,724
35	0,0047	0,010	-0,005	0,000	-0,478	0,229
36	0,0076	0,010	-0,002	0,000	-0,221	0,049
37	0,0111	0,010	0,001	0,000	0,089	0,008
38	0,0053	0,010	-0,005	0,000	-0,425	0,181
39	0,0126	0,010	0,003	0,000	0,222	0,049
40	$\sum 0,384$	0,384	0,000	0,001	0,000	9,500
40	A	B	C	D	E	F



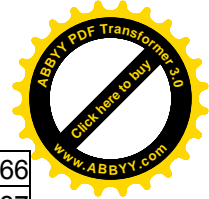
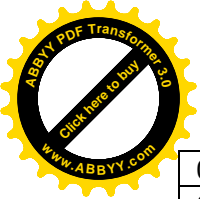
Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

№	G	E	$\Delta i = k * \Delta_i'$	R
1	Y _{іст.} =X*A			Y _{сп.} =Y _{іст.} +Δi
2	102,4597125		-0,168	102,29170
3	94,44050746		0,763	95,20357
4	94,44050746		0,204	94,64492
5	94,58812998		-0,523	94,06542
6	89		0,825	89,82513
7	95,55514436		0,470	96,02558
8	94,44050746		-0,257	94,18382
9	94,66194123		-0,789	93,87321
10	94,44050746		0,541	94,98189
11	82,81828264		0,417	83,23552
12	94,44050746		0,453	94,89321
13	80,19449082		0,408	80,60286
14	94,12678395		0,462	94,58836
15	94,58812998		-0,833	93,75506
16	96,44834749		0,603	97,05180
17	95,48133311		0,196	95,67688
18	96,71215568		0,346	97,05845
19	94,40339101		-0,727	93,67673
20	81,62415487		-0,514	81,11031
21	94,58812998		-0,709	93,87920
22	94,44050746		-0,381	94,05968
23	95,48133311		0,719	96,20006
24	91,68857438		0,125	91,81318
25	94,58812998		-0,079	94,50879
26	94,58812998		-0,017	94,57086
27	95,48133311		0,337	95,81876
28	94,58812998		-0,549	94,03882
29	94,44050746		0,284	94,72473
30	94,58812998		0,417	95,00536
31	88,69295063		-0,159	88,53380
32	94,58812998		-0,727	93,86147
33	88,76676189		0,524	89,29041
34	94,44050746		-0,851	93,58970
35	94,58812998		-0,478	94,10976
36	94,58812998		-0,221	94,36691
37	94,44050746		0,089	94,52965
38	93,11693479		-0,425	92,69177
39	94,44050746		0,222	94,66266
40	3547		0,000	3547,00000

Додаток 3. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь



1	1	5	5	4	4	4	5	5	
2	1	5	5	5	5	5	5	5	
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



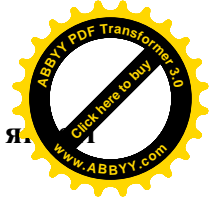
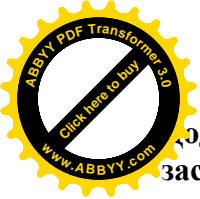
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Додаток 7. Вектор вільних членів

$L' = X_T * Y_{спт.}$
3547
17020,05229
17645,17487
13826,12349
16588,90653
17095,5848
17157,19867
16234,02989
17469,89219

Додаток 8. Коефіцієнти математичної моделі

$A' = Q * L'$	
58,259559	a0
5,362949	a1
4,670121	a2
0,127456	a3
-1,422136	a4
-6,774464	a5
-0,013136	a6
2,538491	a7
2,749808	a8



Додаток 9. Нами отримана емпірична формула я. засвоєння навчального матеріалу

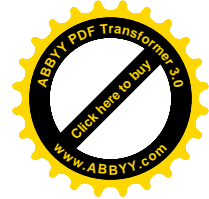
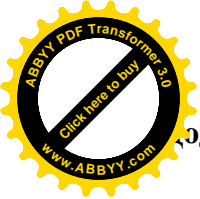
$$Y_{\text{моделі}}' = 58,259559X_0 + 5,362949X_1 + 4,670121X_2 + 0,127456X_3 - 1,422136X_4 - 6,774464X - -0,013136X_6 + 2,538491X_7 + 2,749808X_8.$$

Додаток 10. Контроль зрівноваження

L'=N*A'
3547,000
17020,052
17645,175
13826,123
16588,907
17095,585
17157,199
16234,030
17469,892

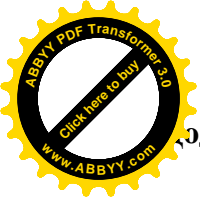
	[YY]-L'A'™=	5,3809343
Контроль2	[VV]=	5,3809343

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ МНОЖИННОЇ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ										
		F= 421,40004 F>Fтабл.								
a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0		
2,749808344	2,53849073	-0,01313558	-6,774463584	-1,422136	0,127456	4,67012064	5,362949	58,259559	=ai	A'трансп
0,336238005	0,076601645	0,12660566	0,319811095	0,161865	0,083616	0,49471612	0,272123	2,6416855	стандарт Sai=S\di	
0,991471091	0,430754523	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R ²	μ
421,4000361	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
625,5243901	5,38093433	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[Y·Yср]2/[W]	

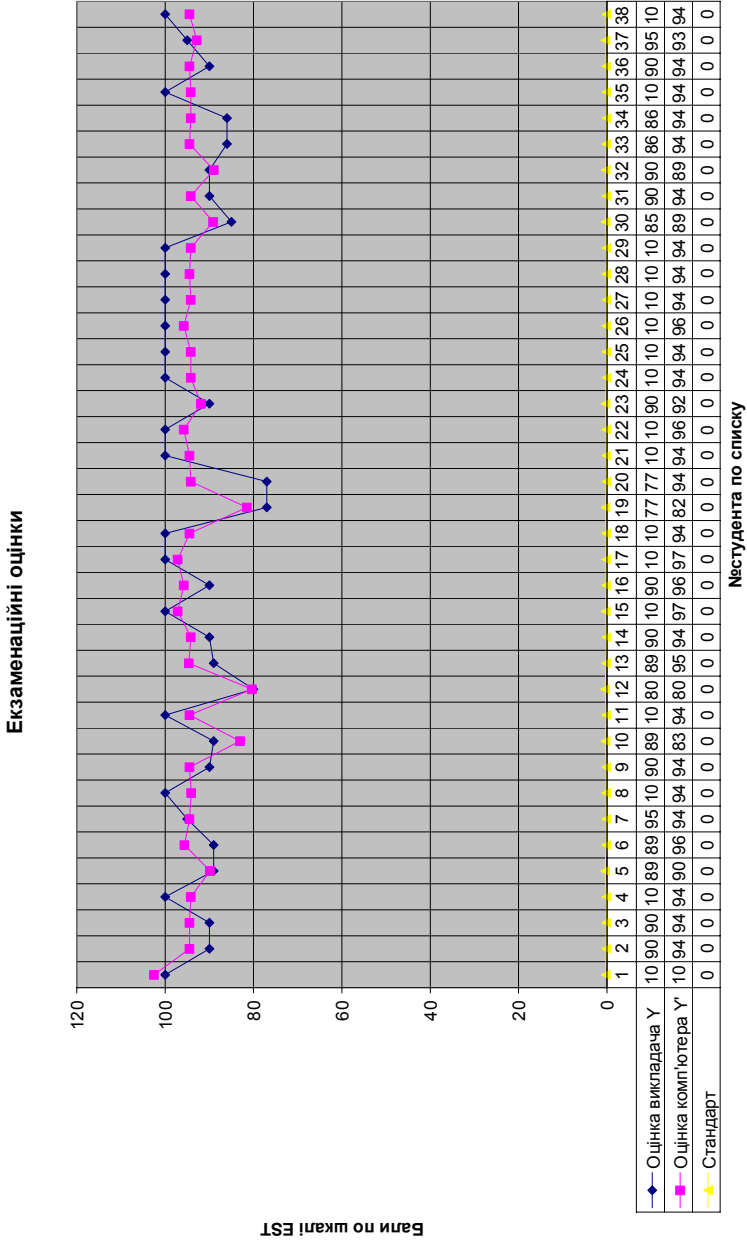


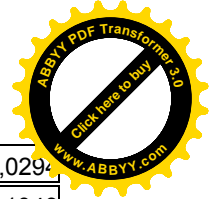
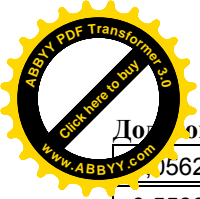
Додаток 11. Результати зрівноваження

$Y'=X*A'$	$V=Y'-Y_{спт}$	VV
102,5241515	0,23245	0,054034
94,45500831	-0,74856	0,560345
94,45500831	-0,18992	0,036068
94,20009532	0,13468	0,018137
89,82513466	0,00000	1,28E-22
95,62223147	-0,40335	0,162693
94,45500831	0,27119	0,073543
94,07263883	0,19943	0,039772
94,45500831	-0,52688	0,277599
83,04661273	-0,18890	0,035685
94,45500831	-0,43820	0,192022
80,36248231	-0,24038	0,05778
94,6227118	0,03436	0,00118
94,20009532	0,44503	0,198055
97,1718241	0,12003	0,014406
95,74968796	0,07281	0,005301
97,16120253	0,10275	0,010558
94,46814389	0,79141	0,626334
81,52077726	0,41046	0,168481
94,20009532	0,32089	0,102971
94,45500831	0,39533	0,156288
95,74968796	-0,45037	0,202834
91,87290345	0,05972	0,003566
94,20009532	-0,30869	0,095292
94,20009532	-0,37077	0,137468
95,74968796	-0,06907	0,004771
94,20009532	0,16128	0,02601
94,45500831	-0,26972	0,07275
94,20009532	-0,80527	0,648458
89,09205929	0,55826	0,311649
94,20009532	0,33863	0,114667
88,9646028	-0,32580	0,106147
94,45500831	0,86530	0,748752
94,20009532	0,09034	0,008161
94,20009532	-0,16682	0,027828
94,45500831	-0,07464	0,005571
92,87242312	0,18066	0,032637
94,45500831	-0,20765	0,043119
3547	1,34E-10	5,380934



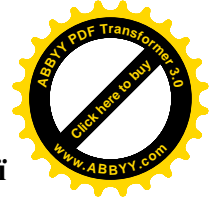
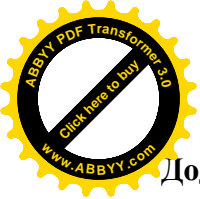
Додаток 12. Істинні і абсолютні похибки моделі





Додаток 13. Допоміжна матриця $Q'=XN'$

0,0562	0,0509	0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
5	-1,53E-14	-1	3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14
0,34951	0,0201	0,0736	-0,0302	-0,1015	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,34997	-0,007	0,0805	-0,0728	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,13873	0,0198	0,0202	-0,004	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
0,76653	0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0011	0,0118	0,1610
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,34905	0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
0,73329	0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757
0,16582	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
0,52782	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,04471	-0,1190	0,0509
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2305	0,3481	0,0614	0,0206	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0414
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,3284	0,3676	0,1082	-0,0170	0,0026	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,0562	0,0509	0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
2,1391	0,0507	0,1094	-0,0082	-0,0322	0,1285	0,0851	-0,0158	0,5254



Додаток 14. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки

$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,300821
0,08594	0,293155	0,126278
0,08594	0,293155	0,126278
0,075925	0,275546	0,118693
1	1	0,430755
0,13783	0,371254	0,159919
0,08594	0,293155	0,126278
0,183961	0,428907	0,184754
0,08594	0,293155	0,126278
0,62038	0,787642	0,33928
0,08594	0,293155	0,126278
0,945212	0,97222	0,418788
0,263131	0,512963	0,220961
0,075925	0,275546	0,118693
0,469169	0,684959	0,295049
0,115006	0,339126	0,14608
0,318474	0,564335	0,24309
0,148166	0,384923	0,165807
0,569883	0,754906	0,325179
0,075925	0,275546	0,118693
0,08594	0,293155	0,126278
0,115006	0,339126	0,14608
0,550332	0,741844	0,319553
0,075925	0,275546	0,118693
0,075925	0,275546	0,118693
0,115006	0,339126	0,14608
0,075925	0,275546	0,118693
0,08594	0,293155	0,126278
0,075925	0,275546	0,118693
0,383167	0,619005	0,266639
0,075925	0,275546	0,118693
0,379526	0,616057	0,265369
0,08594	0,293155	0,126278
0,075925	0,275546	0,118693
0,075925	0,275546	0,118693
0,08594	0,293155	0,126278
0,579391	0,761177	0,327881
0,08594	0,293155	0,126278



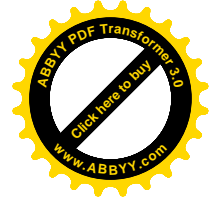
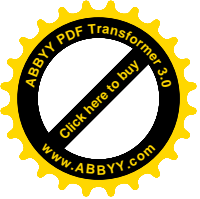
Додаток 15. Оцінка точності коефіцієнтів моделі

$1/Pa$	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
37,60993	6,1326936	2,641686
0,399089	0,6317353	0,272123
1,319023	1,14848736	0,494716
0,037681	0,19411615	0,083616
0,141204	0,37577152	0,161865
0,551223	0,74244396	0,319811
0,086387	0,29391603	0,126606
0,031624	0,17783132	0,076602
0,609304	0,78057916	0,336238

Додаток 16. Статистична значущість коефіцієнтів моделі

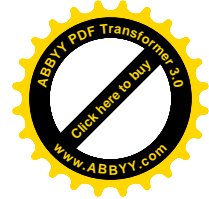
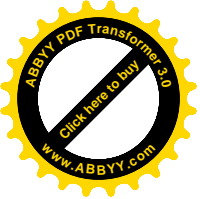
$t=a/ma$	
22,05393	
19,70782	Інтерес
9,440001	Роб.викл.
1,5243	Трудність
8,785924	Наук.пош.
21,1827	Зв'яз.спец
0,103752	Моногр.1
33,13885	Моногр.2
8,17816	Наук.школ

Додаток 17. Статистичні характеристики коефіцієнтів моделі



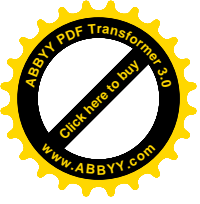
<i>Столбец1</i>	<i>Y'</i>
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056
Мода	94,46056
Стандартное отклонение	3,935271
Дисперсия выборки	15,48636
Эксцесс	4,247301
Асимметричность	-1,76384
Интервал	21,382
Минимум	80,67039
Максимум	102,0524
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,0524
Наименьший(1)	80,67039
Уровень надежности(95,0%)	1,293491

<i>Столбец1</i>	<i>Услотв.</i>
Среднее	93,34210526
Стандартная ошибка	0,67809203
Медиана	94,32428108
Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	4,180040004
Дисперсия выборки	17,47273444
Эксцесс	4,319111163
Асимметричность	-1,738146522
Интервал	22,87013464
Минимум	79,55525088
Максимум	102,4253855
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4253855
Наименьший(1)	79,55525088
Уровень надежности(95,0%)	1,37394495



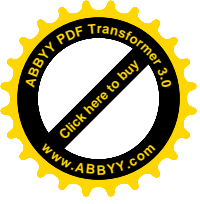
<i>Столбец2</i>	<i>X1</i>
Среднее	4,789473684
Стандартная ошибка	0,067022583
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,41315495
Дисперсия выборки	0,170697013
Эксцесс	0,195277778
Асимметричность	-1,479132976
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	182
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,135800652

<i>Столбец3</i>	<i>X2</i>
Среднее	4,973684
Стандартная ошибка	0,026316
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,162221
Дисперсия выборки	0,026316
Эксцесс	38
Асимметричность	-6,164414
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	189
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,053321



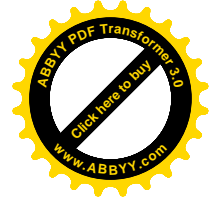
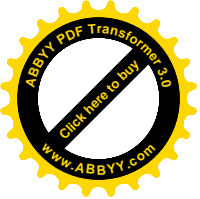
<i>Столбец 4</i>	<i>X3</i>
Среднее	3,894737
Стандартная ошибка	0,145044
Медиана	4
Мода	3
Стандартное отклонение	0,894109
Дисперсия выборки	0,799431
Эксцесс	-1,28133
Асимметричность	-0,024544
Интервал	3
Минимум	2
Максимум	5
Сумма	148
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	2
Уровень надежности(95,0%)	0,293886

<i>Столбец5</i>	<i>X4</i>
Среднее	4,684211
Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,525319
Дисперсия выборки	0,27596
Эксцесс	1,126072
Асимметричность	-1,40317
Интервал	2
Минимум	3
Максимум	5
Сумма	178
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,172668



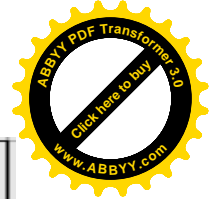
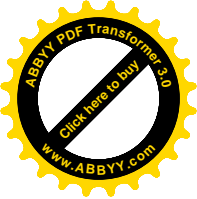
<i>Столбец6</i>	<i>X5</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,06373
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,392859
Дисперсия выборки	0,154339
Эксцесс	0,925609
Асимметричность	-1,69696
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,12913

<i>Столбец7</i>	<i>X6</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,135227
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,833594
Дисперсия выборки	0,694879
Эксцесс	32,21157
Асимметричность	-5,5434
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,273996

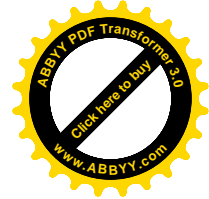
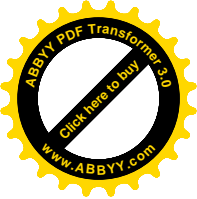


<i>Столбец8</i>	<i>X7</i>
Среднее	4,526316
Стандартная ошибка	0,222289
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	1,37028
Дисперсия выборки	1,877667
Экссесс	8,110829
Асимметричность	-3,0518
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	172
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,4504

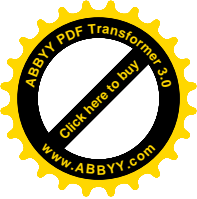
<i>Столбец9</i>	<i>X8</i>
Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	0,07468
Экссесс	9,054512
Асимметричность	-3,25271
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	187
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,089824



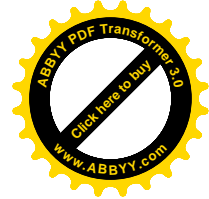
	Коваріаційна матриця		$K=N^{-1} \mu^2$						
6,976502314	0,032341035	-1,088144467	0,018167	0,0180815	0,057036884	0,020332682	0,006167	-0,46177	
0,032341035	0,074050838	-0,0224953	0,003623	0,0059447	-0,052842754	0,002743395	-0,00245	-0,01315	
-1,088144467	-0,0224953	0,244744044	-0,00868	-0,007395	-0,02649791	-0,001685143	0,003458	0,033962	
0,018167317	0,003622612	-0,008681271	0,006992	-0,000914	0,000702823	0,001471917	-0,00126	-0,00408	
0,018081529	0,005944687	-0,007394762	-0,00091	0,0262004	-0,019840305	0,003906238	0,002447	-0,01286	
0,057036884	-0,05284275	-0,02649791	0,000703	-0,01984	0,102279136	-0,000660991	-0,00708	-0,00798	
0,020332682	0,002743395	-0,001685143	0,001472	0,0039062	-0,000660991	0,016028993	-0,00501	-0,02042	
0,006166745	-0,00245241	0,003458002	-0,00126	0,002447	-0,007078693	-0,005005792	0,005868	0,002734	
-0,461769458	-0,01314922	0,033961649	-0,00408	-0,01286	-0,007983659	-0,020416846	0,002734	0,113056	
X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	

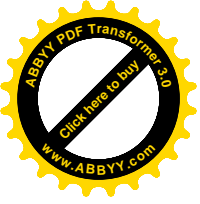


Кореляційна матриця факторних ознак		R						
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129	0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984	0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413	0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1	0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088	1	0,306225931	0,486201	0,364366
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432	0,306225931	1	0,631377	0,527649
Столбец 7	0,439704044	0,06399219	0,090561	-0,100782	0,486201157	0,631376931	1	0,330486
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753	0,364366275	0,527648579	0,330486	1
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

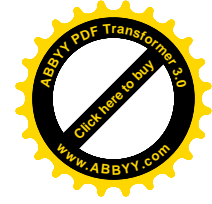


Обернена		кореляційні матриця				Z=1/R			
1	2	3	4	5	6	7	8		
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604	
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221	
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873	
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813	
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092	
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744	
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115	
8	-0,296044444	0,300220944	-0,19873	-0,368132	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603	
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8		

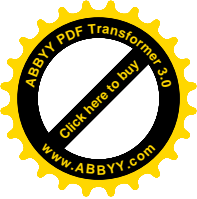




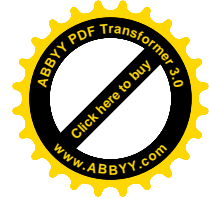
		Частинні коефіцієнти кореляції							
		r _{ij} =							
		z _{ij} / $\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}$							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
2	-0,1670978	1	1	-0,20986	-0,092345	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
3	0,159208161	-0,20986294	1	1	-0,06752	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1	1	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267	1	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127	-0,016324827	1	1	-0,51616	-0,47961
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552	-0,288949188	-0,51615674	1	1	0,10613
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285	-0,074244046	-0,479610565	-0,10613	1	1
X1	X2	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X8



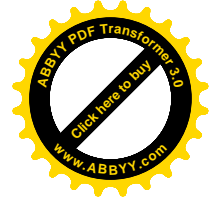
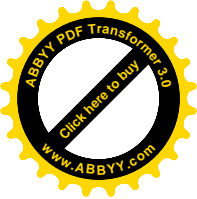
Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(Y,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8)									(Успов.)
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,566005136	1							
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1						
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1					
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175	1				
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239	0,36039265	1			
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255	-0,140922936	0,304486	1		
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082	-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671	0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
	Успов.	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8



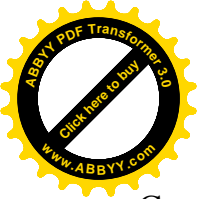
Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y зрівнов.)									
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,31835727	1							
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1						
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1					
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801	1				
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967	0,306225931	1			
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854	0,486201157	0,631377	1		
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756625	0,198175279	0,364366275	0,527649	0,330486	1	
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865	0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Y зрівн.	



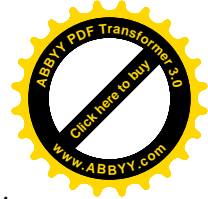
Кореляційна матриця істинної моделі R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, Yістн.)									
Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1									
#ДЕП/0!	1								
#ДЕП/0!	0,3183573	1							
#ДЕП/0!	-0,061611	0,166722763	1						
#ДЕП/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1					
#ДЕП/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1				
#ДЕП/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1			
#ДЕП/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1		
#ДЕП/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
#ДЕП/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245	-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Yістн.



Кореляційна матриця результатів екзамену										
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
Столбец 1	1									
Столбец 2	#ДЕП/0!	1								
Столбец 3	0,323592401	#ДЕП/0!	1							
Столбец 4	0,103017993	#ДЕП/0!	0,3183573	1						
Столбец 5	0,027413357	#ДЕП/0!	-0,061611	0,166722763	1					
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕП/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1				
Столбец 7	0,16061577	#ДЕП/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1			
Столбец 8	0,352719734	#ДЕП/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
Столбец 9	0,511634281	#ДЕП/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
Столбец 10	0,211627189	#ДЕП/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
Уекзам.	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X8



Беззабарний Олександр Олегович



**Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних
технологій**

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

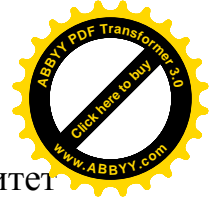
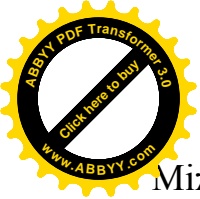
Модель ІН 91М – 2

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 О. О. Беззабарний.
Науковий керівник Р. М. Літнарівч, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

О. О. Мазур

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-7



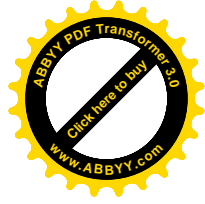
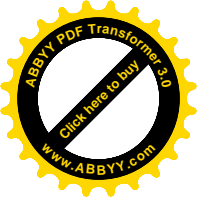
Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Лігнарівич

Рівне-2010



Олександр Олександрович Мазур

*Технічний фахівець в галузі прикладних наук і
техніки, інженер-програміст, магістрант
інформаційних технологій*





Мазур Олександр Олександрович
Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних
технологій

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

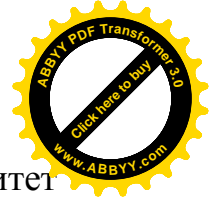
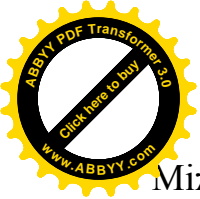
Модель ІН 91М – 7

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 О. О. Мазур.
Науковий керівник Р. М. Літнарівич, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. академіка С. Дем'янчука

О. О. Мазур

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М – 7



Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р. М. Літнарівч

Рівне 2009



№ 519.87 Мазур О. О.. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ІН 91М – 7. МЕГУ, Рівне, 2010, -85 с.

Mazur O. O. Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline by the method of statistical tests of Monte Karlo. Plural regressive analysis . Model of IN 91M - 7. IEGU, Rivne, 2010 -85 c.

Рецензент: С. В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор.

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

На основі результатів педагогічного експерименту побудована математична модель залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST (Y) і результатів анкетування студентів після здачі екзамену (X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів А множинної регресії апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

On the basis of results of pedagogical experiment the mathematical model of dependence of quality of handing over is built to examination in the ball system on the scale of ECST (Y) and results of questionnaire of students after handing over to examination (X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) as multiple regression on the method of leastsquares.

Middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated in this work, the disfigured model is built, counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients And multiple regression of approximating mathematical model.

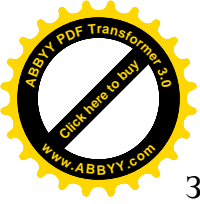
The estimation of exactness is done and summarizings are given conclusions. The method of statistical tests of Monte Karlo is applied enabled to conduct large-scale researches and collect large statistics.

For students and graduate students of pedagogical institutes of higher.



Зміст

Г передмова	4
РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи	
1.1.Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	9
РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних	
2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних.....	16
2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	30
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження	
3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження.....	36
3.6.Контроль зрівноваження.....	37
3.7.Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	41
Висновки	58
Літературні джерела.....	60
Додатки.....	61



Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену «У» у бальній системі по шкалі EST і відповідей студентів за результатами анкетування після здачі екзамену «X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8» [2,3] побудована математична модель і виконаний детальний аналіз у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (Y_i) і відповіді студентів, які отримали той чи інший бал (X_i).

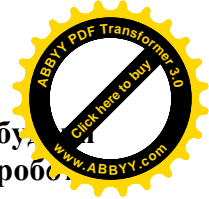
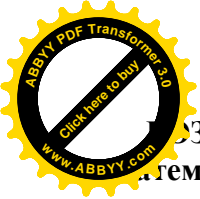
За цими даними була побудована математична модель у вигляді множинної регресії способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.



РЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

Нехай, Y – екзаменаційна оцінка студента (від 0 до 100 балів за шкалою EST – результуюча ознака).

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

X1 – інтерес до вивчення дисципліни:

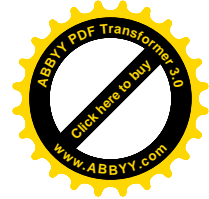
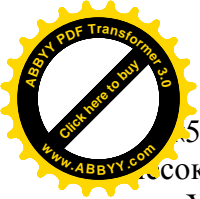
«0 балів» – інтерес до вивчення дисципліни відсутній; «В мене абсолютно відсутнє бажання вивчати дану дисципліну і оцінка на екзамені мене не цікавить».

«1 бал» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку на екзамені «50-59 балів» – E;

«2 бали» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку що відповідає шкалі EST D «60-75 балів»; «Пристойно, але зі значними недоліками»;

«3 бали» – «Мені потрібна оцінка C «76-79 балів» для того, щоб була четвірка у виписці до диплому»;

«4 бали» – інтерес до дисципліни високий, відповідає шкалі EST «80-89 балів» – «Дуже добре, вище середнього стандарту»;



«5 балів» – підвищений інтерес; «Я бажаю внести свій внесок в дану дисципліну» – рівень творчості.

X2 – оцінка студентами роботи викладача: – відповідає традиційній екзаменаційній оцінці роботи студента «від 0 до 5 балів» з тією різницею, що оцінку роботи студента за семестр ставить викладач, а оцінку роботи викладача за семестр ставить студент.

X3 – складність вивчення дисципліни:

«0 балів» – ніякої складності у вивченні даної дисципліни немає;

«1 бал» – при вивченні даної дисципліни потрібні мінімальні затрати сил і часу;

«2 бали» – до вивчення дисципліни необхідно прикласти деякі зусилля і час;

«3 бали» – методика викладання дисципліни автоматично забезпечує добру оцінку на екзамені;

«4 бали» – до вивчення дисципліни потрібна значна концентрація зусиль і часу;

«5 балів» – максимальна концентрація зусиль і часу гарантує високу оцінку на екзамені.

X4 – елементи наукового пошуку:

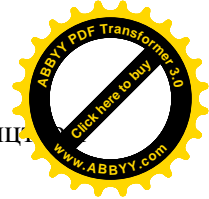
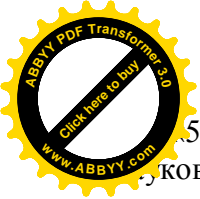
«0 балів» – вся інформація при вивченні даної дисципліни добре представлена у рекомендованій літературі;

«1 бал» – необхідно вести конспект лекцій, в якому висвітлюються матеріали, яких не можна почерпнути із відомих літературних джерел;

«2 бали» – без конспекту лекцій неможливо проробляти практичні заняття;

«3 бали» – на практичних роботах вирішуються задачі, які потребують творчого підходу і максимального використання комп'ютерної техніки;

«4 бали» – максимальне використання теоретичного матеріалу лекційного курсу в поєднанні із максимальним використанням комп'ютерної техніки;



«5 балів» – написання власних монографій під керівництвом наукового керівника.

Х5 – зв'язок зі спеціальністю:

«0 балів» – «Я не можу відмітити зв'язку зі спеціальністю;

«1 бал» – зв'язок зі спеціальністю незначний;

«2 бали» – зв'язок зі спеціальністю помірний;

«3 бали» – зв'язок зі спеціальністю добрий;

«4 бали» – зв'язок зі спеціальністю високий;

«5 балів» – зв'язок зі спеціальністю повний.

Х6, Х7 – степінь самостійності в написанні монографії:

«0 балів» – я не зміг завершити дослідження, щоб написати монографію;

«1 бал» – монографія не завершена;

«2 бали» – «Мені допомогли завершити роботу над монографією»;

«3 бали» – «Я сам написав монографію при консультації і наявності допоміжних матеріалів»;

«4 бали» – «Необхідні розрахункові файли створені мною особисто»;

«5 балів» – «Монографія написана, набрана на комп'ютері і видана при моїй же власній авторській редакції».

Х8 – оцінка студентами створеної наукової школи:

«0 балів» – наукова школа не відбулась, монографії не написані;

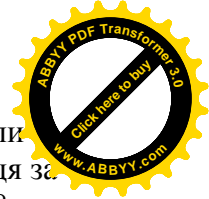
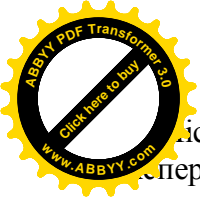
«1 бал» – 10 відсотків студентів написали власні монографії;

«2 бали» – 25 відсотків студентів написали монографії;

«3 бали» – 50 відсотків студентів написали монографії;

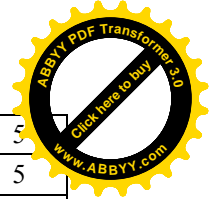
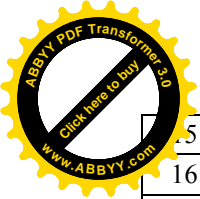
«4 бали» – 75 відсотків студентів написали монографії;

«5 балів» – 85 відсотків студентів написали монографії.



Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця з результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

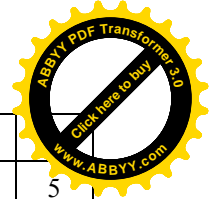
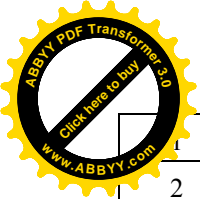
№п. п..	Екз.оц.		Інтерес вивчення дисципл.	Оцінка викладачу	Трудність вивчення дисципліни	Елем.н аук. пошук у	Зв'язок зі спец.	Оцінка моногр.1	Оцінка моногр.2	Оцінка Наук.ш кол.
	У	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5



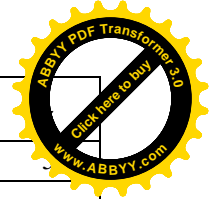
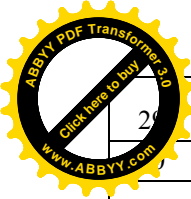
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
Σ	3547	38	182	189	148	178	183	183	172	187

1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту

Представимо матрицю X коефіцієнтів початкових рівнянь



1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5



29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5

Приведемо описову статистику на 8 останніх стовпчиків матриці (значень X_1, X_2, \dots, X_8)

Відповіді студентів:

1. стовпчик – Інтерес до вивчення дисципліни (X_1);
2. стовпчик – Оцінка студентами роботи викладача (X_2);
3. стовпчик – Трудність вивчення дисципліни (X_3);
4. стовпчик – Елементи наукового пошуку (X_4);
5. стовпчик – Зв'язок зі спеціальністю (X_5);
6. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 1 (X_6);
7. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 2 (X_7);
8. стовпчик – Оцінка студентами роботи наукової школи в цілому (X_8).

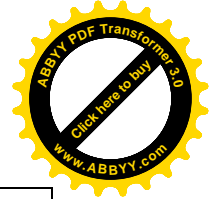
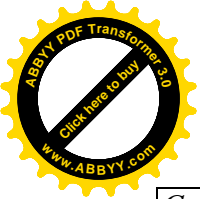
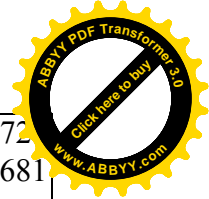
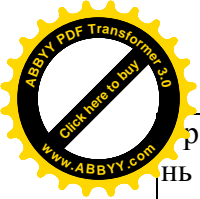


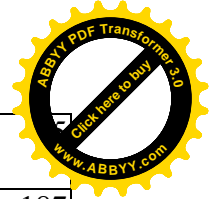
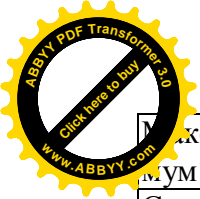
Таблица 1.2. Описова статистика

Столбец1		Столбец2		Столбец3		Столбец4	
Среднее	4,789474	Среднее	4,973684211	Среднее	3,8947368	Среднее	4,6842105
Стандартная ошибка	0,067023	Стандартная ошибка	0,026315789	Стандартная ошибка	0,1450436	Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	5	Медиана	5	Медиана	4	Медиана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	3	Мода	5
Стандартное отклонение	0,413155	Стандартное отклонение	0,162221421	Стандартное отклонение	0,8941091	Стандартное отклонение	0,5253191
Дисперсия выборки	0,170697	Дисперсия выборки	0,026315789	Дисперсия выборки	0,799431	Дисперсия выборки	0,2759602
Эксцесс	0,195278	Эксцесс	38	Эксцесс	-1,2813299	Эксцесс	1,1260723
Асимметричность	-1,479133	Асимметричность	-6,164414003	Асимметричность	-0,0245445	Асимметричность	-1,4031726
Интервал	1	Интервал	1	Интервал	3	Интервал	2
Минимум	4	Минимум	4	Минимум	2	Минимум	3
Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5
Сумма	182	Сумма	189	Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38



Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1358 01	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,0533 20854	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2938 863	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,172 681
--	--------------	--	-----------------	--	---------------	--	--------------

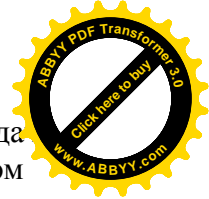
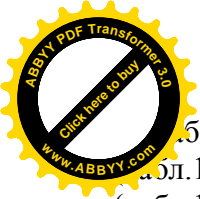
Столб ец5		Столб ец6		Столб ец7		Столб ец8	
Средне е	4,8157 895	Средне е	4,8157 89	Средн ее	4,5263 16	Средн ее	4,9210 53
Станда ртная ошибк а	0,0637 302	Станда ртная ошибк а	0,1352 27	Станд артная ошибк а	0,2222 89	Станд артная ошибк а	0,0443 31
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	5
Мода	5	Мода	5	Мода	5	Мода	5
Станда ртное отклон ение	0,3928 595	Станда ртное отклон ение	0,8335 94	Станд артное отклон ение	1,3702 8	Станд артное отклон ение	0,2732 76
Диспер сия выборк и	0,1543 385	Диспер сия выборк и	0,6948 79	Диспе рсия выбор ки	1,8776 67	Диспе рсия выбор ки	0,0746 8
Эксцес с	0,9256 09	Эксцес с	32,211 57	Эксце сс	8,1108 29	Эксце сс	9,0545 12
Асимм етричн ость	- 1,6969 6	Асимм етричн ость	- 5,5434 04	Асимм етричн ость	- 3,0518	Асим метри чность	- 3,2527 1
Интерв ал	1	Интерв ал	5	Интер вал	5	Интер вал	1
Миним ум	4	Миним ум	0	Мини мум	0	Мини мум	4



Максимум	5	Максимум	5	Максимум	5	Максимум	
Сумма	183	Сумма	183	Сумма	172	Сумма	187
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Уровень надежности(95,0%)	0,1291297	Уровень надежности(95,0%)	0,273996	Уровень надежности(95,0%)	0,4504	Уровень надежности(95,0%)	0,089824

Таблица 1.3. Описовая статистика результатов экзамену (оценки по EST-вектор У)

<i>Столбец У</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	1,139162
Медиана	92,5
Мода	100
Стандартное отклонение	7,022267
Дисперсия выборки	49,31223
Эксцесс	-0,371058
Асимметричность	-0,668396
Интервал	23
Минимум	77
Максимум	100
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	100
Наименьший(1)	77
Уровень надежности(95,0%)	2,308162

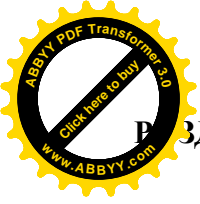


Сбігаючи вперед, порівняємо статистику оцінок виклада (табл.1.3) з оцінками, виставленими студентам комп'ютером (табл.1.4)

Таблица 1.4.Описова статистика результатів екзамену за оцінками комп'ютера

<i>У'Столбец1</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,674123
Медиана	94,44051
Мода	94,44051
Стандартное отклонение	4,155576
Дисперсия выборки	17,26881
Эксцесс	4,152453
	-
Асимметричность	1,759888
Интервал	22,26522
Минимум	80,19449
Максимум	102,4597
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4597
Наименьший(1)	80,19449
Уровень надежности(95,0%)	1,365904

В подальшому приведемо теоретичні основи обробки експериментальних даних.

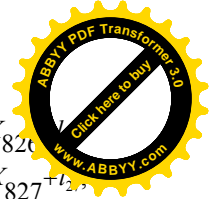
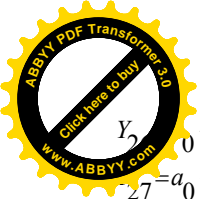


Розділ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

Представимо n початкових рівнянь у вигляді [2]

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_0 + a_1 X_{11} + a_2 X_{21} + a_3 X_{31} + a_4 X_{41} + a_5 X_{51} + a_6 X_{61} + a_7 X_{71} + a_8 X_{81} + l_1, \\ Y_2 &= a_0 + a_1 X_{12} + a_2 X_{22} + a_3 X_{32} + a_4 X_{42} + a_5 X_{52} + a_6 X_{62} + a_7 X_{72} + a_8 X_{82} + l_2, \\ Y_3 &= a_0 + a_1 X_{13} + a_2 X_{23} + a_3 X_{33} + a_4 X_{43} + a_5 X_{53} + a_6 X_{63} + a_7 X_{73} + a_8 X_{83} + l_3, \\ Y_4 &= a_0 + a_1 X_{14} + a_2 X_{24} + a_3 X_{34} + a_4 X_{44} + a_5 X_{54} + a_6 X_{64} + a_7 X_{74} + a_8 X_{84} + l_4, \\ Y_5 &= a_0 + a_1 X_{15} + a_2 X_{25} + a_3 X_{35} + a_4 X_{45} + a_5 X_{55} + a_6 X_{65} + a_7 X_{75} + a_8 X_{85} + l_5, \\ Y_6 &= a_0 + a_1 X_{16} + a_2 X_{26} + a_3 X_{36} + a_4 X_{46} + a_5 X_{56} + a_6 X_{66} + a_7 X_{76} + a_8 X_{86} + l_6, \\ Y_7 &= a_0 + a_1 X_{17} + a_2 X_{27} + a_3 X_{37} + a_4 X_{47} + a_5 X_{57} + a_6 X_{67} + a_7 X_{77} + a_8 X_{87} + l_7, \\ Y_8 &= a_0 + a_1 X_{18} + a_2 X_{28} + a_3 X_{38} + a_4 X_{48} + a_5 X_{58} + a_6 X_{68} + a_7 X_{78} + a_8 X_{88} + l_8, \\ Y_9 &= a_0 + a_1 X_{19} + a_2 X_{29} + a_3 X_{39} + a_4 X_{49} + a_5 X_{59} + a_6 X_{69} + a_7 X_{79} + a_8 X_{89} + l_9, \quad (3.1) \\ Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{110} + a_2 X_{210} + a_3 X_{310} + a_4 X_{410} + a_5 X_{510} + a_6 X_{610} + a_7 X_{710} + a_8 X_{810} + l_{10}, \\ Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{111} + a_2 X_{211} + a_3 X_{311} + a_4 X_{411} + a_5 X_{511} + a_6 X_{611} + a_7 X_{711} + a_8 X_{811} + l_{11}, \\ Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{112} + a_2 X_{212} + a_3 X_{312} + a_4 X_{412} + a_5 X_{512} + a_6 X_{612} + a_7 X_{712} + a_8 X_{812} + l_{12}, \\ Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{113} + a_2 X_{213} + a_3 X_{313} + a_4 X_{413} + a_5 X_{513} + a_6 X_{613} + a_7 X_{713} + a_8 X_{813} + l_{13}, \\ Y_{14} &= a_0 + a_1 X_{114} + a_2 X_{214} + a_3 X_{314} + a_4 X_{414} + a_5 X_{514} + a_6 X_{614} + a_7 X_{714} + a_8 X_{814} + l_{14}, \\ Y_{15} &= a_0 + a_1 X_{115} + a_2 X_{215} + a_3 X_{315} + a_4 X_{415} + a_5 X_{515} + a_6 X_{615} + a_7 X_{715} + a_8 X_{815} + l_{15}, \\ Y_{16} &= a_0 + a_1 X_{116} + a_2 X_{216} + a_3 X_{316} + a_4 X_{416} + a_5 X_{516} + a_6 X_{616} + a_7 X_{716} + a_8 X_{816} + l_{16}, \\ Y_{17} &= a_0 + a_1 X_{117} + a_2 X_{217} + a_3 X_{317} + a_4 X_{417} + a_5 X_{517} + a_6 X_{617} + a_7 X_{717} + a_8 X_{817} + l_{17}, \\ Y_{18} &= a_0 + a_1 X_{118} + a_2 X_{218} + a_3 X_{318} + a_4 X_{418} + a_5 X_{518} + a_6 X_{618} + a_7 X_{718} + a_8 X_{818} + l_{18}, \\ Y_{19} &= a_0 + a_1 X_{119} + a_2 X_{219} + a_3 X_{319} + a_4 X_{419} + a_5 X_{519} + a_6 X_{619} + a_7 X_{719} + a_8 X_{819} + l_{19}, \\ Y_{20} &= a_0 + a_1 X_{120} + a_2 X_{220} + a_3 X_{320} + a_4 X_{420} + a_5 X_{520} + a_6 X_{620} + a_7 X_{720} + a_8 X_{820} + l_{20}, \\ Y_{21} &= a_0 + a_1 X_{121} + a_2 X_{221} + a_3 X_{321} + a_4 X_{421} + a_5 X_{521} + a_6 X_{621} + a_7 X_{721} + a_8 X_{821} + l_{21}, \\ Y_{22} &= a_0 + a_1 X_{122} + a_2 X_{222} + a_3 X_{322} + a_4 X_{422} + a_5 X_{522} + a_6 X_{622} + a_7 X_{722} + a_8 X_{822} + l_{22}, \\ Y_{23} &= a_0 + a_1 X_{123} + a_2 X_{223} + a_3 X_{323} + a_4 X_{423} + a_5 X_{523} + a_6 X_{623} + a_7 X_{723} + a_8 X_{823} + l_{23}, \\ Y_{24} &= a_0 + a_1 X_{124} + a_2 X_{224} + a_3 X_{324} + a_4 X_{424} + a_5 X_{524} + a_6 X_{624} + a_7 X_{724} + a_8 X_{824} + l_{24}, \\ Y_{25} &= a_0 + a_1 X_{125} + a_2 X_{225} + a_3 X_{325} + a_4 X_{425} + a_5 X_{525} + a_6 X_{625} + a_7 X_{725} + a_8 X_{825} + l_{25}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
Y_1 &= a_0 + a_1 X_{126} + a_2 X_{226} + a_3 X_{326} + a_4 X_{426} + a_5 X_{526} + a_6 X_{626} + a_7 X_{726} + a_8 X_{826} + l_{26}, \\
Y_2 &= a_0 + a_1 X_{127} + a_2 X_{227} + a_3 X_{327} + a_4 X_{427} + a_5 X_{527} + a_6 X_{627} + a_7 X_{727} + a_8 X_{827} + l_{27}, \\
Y_3 &= a_0 + a_1 X_{128} + a_2 X_{228} + a_3 X_{328} + a_4 X_{428} + a_5 X_{528} + a_6 X_{628} + a_7 X_{728} + a_8 X_{828} + l_{28}, \\
Y_4 &= a_0 + a_1 X_{129} + a_2 X_{229} + a_3 X_{329} + a_4 X_{429} + a_5 X_{529} + a_6 X_{629} + a_7 X_{729} + a_8 X_{829} + l_{29}, \\
Y_5 &= a_0 + a_1 X_{130} + a_2 X_{230} + a_3 X_{330} + a_4 X_{430} + a_5 X_{530} + a_6 X_{630} + a_7 X_{730} + a_8 X_{830} + l_{30}, \\
Y_6 &= a_0 + a_1 X_{131} + a_2 X_{231} + a_3 X_{331} + a_4 X_{431} + a_5 X_{531} + a_6 X_{631} + a_7 X_{731} + a_8 X_{831} + l_{31}, \\
Y_7 &= a_0 + a_1 X_{132} + a_2 X_{232} + a_3 X_{332} + a_4 X_{432} + a_5 X_{532} + a_6 X_{632} + a_7 X_{732} + a_8 X_{832} + l_{32}, \\
Y_8 &= a_0 + a_1 X_{133} + a_2 X_{233} + a_3 X_{333} + a_4 X_{433} + a_5 X_{533} + a_6 X_{633} + a_7 X_{733} + a_8 X_{833} + l_{33}, \\
Y_9 &= a_0 + a_1 X_{134} + a_2 X_{234} + a_3 X_{334} + a_4 X_{434} + a_5 X_{534} + a_6 X_{634} + a_7 X_{734} + a_8 X_{834} + l_{34}, \\
Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{135} + a_2 X_{235} + a_3 X_{335} + a_4 X_{435} + a_5 X_{535} + a_6 X_{635} + a_7 X_{735} + a_8 X_{835} + l_{35}, \\
Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{136} + a_2 X_{236} + a_3 X_{336} + a_4 X_{436} + a_5 X_{536} + a_6 X_{636} + a_7 X_{736} + a_8 X_{836} + l_{36}, \\
Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{137} + a_2 X_{237} + a_3 X_{337} + a_4 X_{437} + a_5 X_{537} + a_6 X_{637} + a_7 X_{737} + a_8 X_{837} + l_{37}, \\
Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{138} + a_2 X_{238} + a_3 X_{338} + a_4 X_{438} + a_5 X_{538} + a_6 X_{638} + a_7 X_{738} + a_8 X_{838} + l_{38}.
\end{aligned}$$

Або в матричній формі

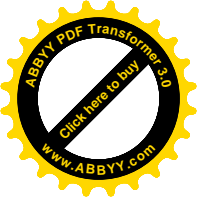
$$Y = Xa + l, \tag{3.2}$$

де Y – вектор-стовпець екзаменаційних оцінок по 100-бальній шкалі EST

$$\dots\dots\dots(3.3)$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_{38} \end{bmatrix}$$

X – матриця експертних оцінок студентів проведеного анкетування після здачі екзамену



$$X = \begin{bmatrix} X_{00} & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{81} \\ X_{00} & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{82} \\ X_{00} & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{83} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{00} & X_{138} & X_{238} & X_{338} & \dots & X_{838} \end{bmatrix},$$

.....(3.4)

X_0 –

фіктивний фактор, всі значення якого дорівнюють одиниці.

Досліджувані фактори:

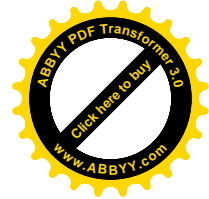
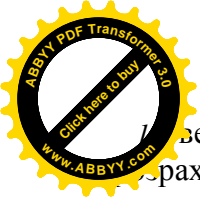
- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв’язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

Другим індексом позначений номер студента в загальному списку. Всього в експерименті приймало участь 38 студентів.

α – вектор-стовпець невідомих коефіцієнтів емпіричної формули

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \alpha_8 \end{bmatrix}$$

.....(3.5)



Вектор-стовпець відхилень фактичних даних від рахункових

$$l = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \vdots \\ l_{38} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3.6)$$

Так як

$$l = Y - Xa, \dots\dots\dots (3.7)$$

то функціонал Q буде

$$Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8) = \sum_{i=1}^{38} l_i^2, \dots\dots\dots (3.8)$$

тобто

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = l^T l = [Y - [X]a]^T [Y - [X]a], \dots\dots\dots(3.9)$$

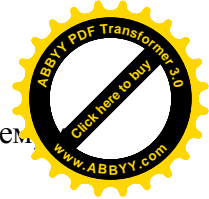
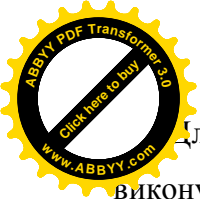
або

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - Y^T [X]a - a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a ,$$

..(3.10)

i

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - 2a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a . \dots\dots\dots (3.11)$$



Для функціонала $Q(a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_8)$ в точці екстремуму виконується умова

$$\frac{dQ}{da^T} = 0. \dots\dots\dots(5.3.12)$$

З цієї умови отримаємо

$$\frac{dQ}{da^T} = -2[X]^T Y + 2[X]^T [X]a \Rightarrow [X]^T [X]a = [X]^T Y. \dots\dots\dots(3.13)$$

Домножуючи зліва останнє матричне рівняння на матрицю обернену матриці

$[X]^T [X]$, отримаємо шуканий вектор a

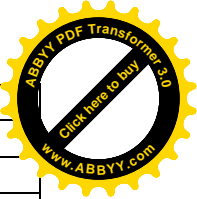
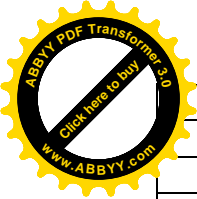
$$a = \left[[X]^T [X] \right]^{-1} [X]^T Y, \dots\dots\dots(3.14)$$

де

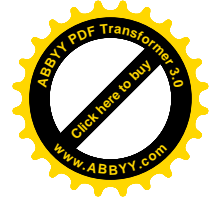
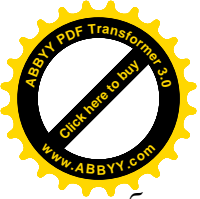
$$[X]^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

В умовах нашого експерименту транспонована матриця початкових умовних рівнянь має вигляд

Таблиця 3.1. Транспонована матриця початкових рівнянь



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



$$N = [X]^T X, \quad (3.17)$$

або

$$N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{mi} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

І в нашому випадку, ми отримали

Таблиця 3.3. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

38	182	189	148	178	183	183	172	187
182	878	906	708	854	881	880	833	897
189	906	941	737	886	911	910	856	930
148	708	737	606	695	713	712	674	729
178	854	886	695	844	860	855	803	877
183	881	911	713	860	887	885	838	902
183	880	910	712	855	885	907	855	905
172	833	856	674	803	838	855	848	851
187	897	930	729	877	902	905	851	923

Вектор вільних членів розраховується за формулою



$$\ell = [X]^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} *$$

$$* \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{38} Y_i \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{2i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{3i} \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{8i} \end{bmatrix}$$

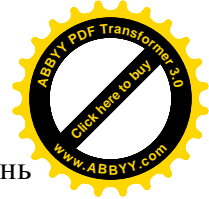
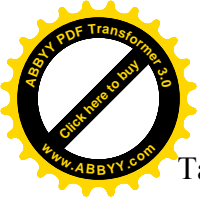
(3.19)

При цьому вектор результуючих ознак



№п.п..	Екз.оц.
	У
1	100
2	90
3	90
4	100
5	89
6	89
7	95
8	100
9	90
10	89
11	100
12	80
13	89
14	90
15	100
16	90
17	100
18	100
19	77
20	77
21	100
22	100
23	90
24	100
25	100
26	100
27	100
28	100
29	100
30	85
31	90
32	90
33	86
34	86
35	100
36	90
37	95
38	100
Σ	3547

І в нашому випадку вектор вільних членів



Таблиця 3.4. Вектор вільних членів нормальних рівнянь

3547
17023
17646
13821
16593
17098
17158
16237
17470

Представимо формулу (3.14) у вигляді

$$a = [N]^{-1} * l, \tag{3.20}$$

де обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь має вигляд

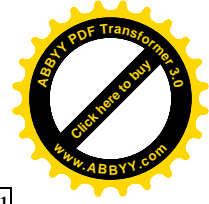
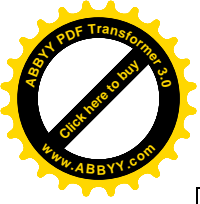
$$N^{-1} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1}, \tag{3.21}$$

вектор вільних членів

$$\dots\dots\dots l = [X]^T Y.$$

Обернену матрицю знаходимо в MS Excel за формулою
 =МОБР(A54:I62).....(3.23)

В нашому випадку матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знаходиться в діапазоні (A54:I62). Попередньо виділивши масив під обернену матрицю, натиском клавіш F2 , Ctrl +Shift + Enter , отримали



Таблиця 3.5. Обернена матриця $Q=N^{-1}$

37,60993079	0,17429873	-5,864444295	0,097911
0,17429873	0,399089485	-0,121236141	0,019524
-5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679
0,097910912	0,0195237	-0,046786832	0,037681
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

Продовження матриці $Q=N^{-1}$

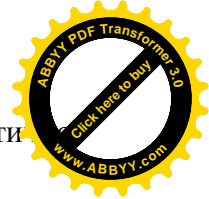
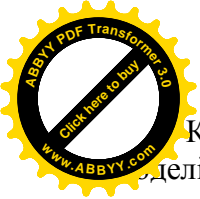
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Перемноживши обернену матрицю на вектор вільних членів, за формулою (5.3.20) отримали

Таблиця 3.6. Вектор шуканих коефіцієнтів.

$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$

54,49228	a0
5,747557	a1
5,200595	a2
-0,07381	a3
-0,96701	a4
-6,97838	a5
0,037116	a6
2,585372	a7
2,43821	a8



Коефіцієнти емпіричної формули побудованої атематичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи розраховувались в MS Excel за формулою

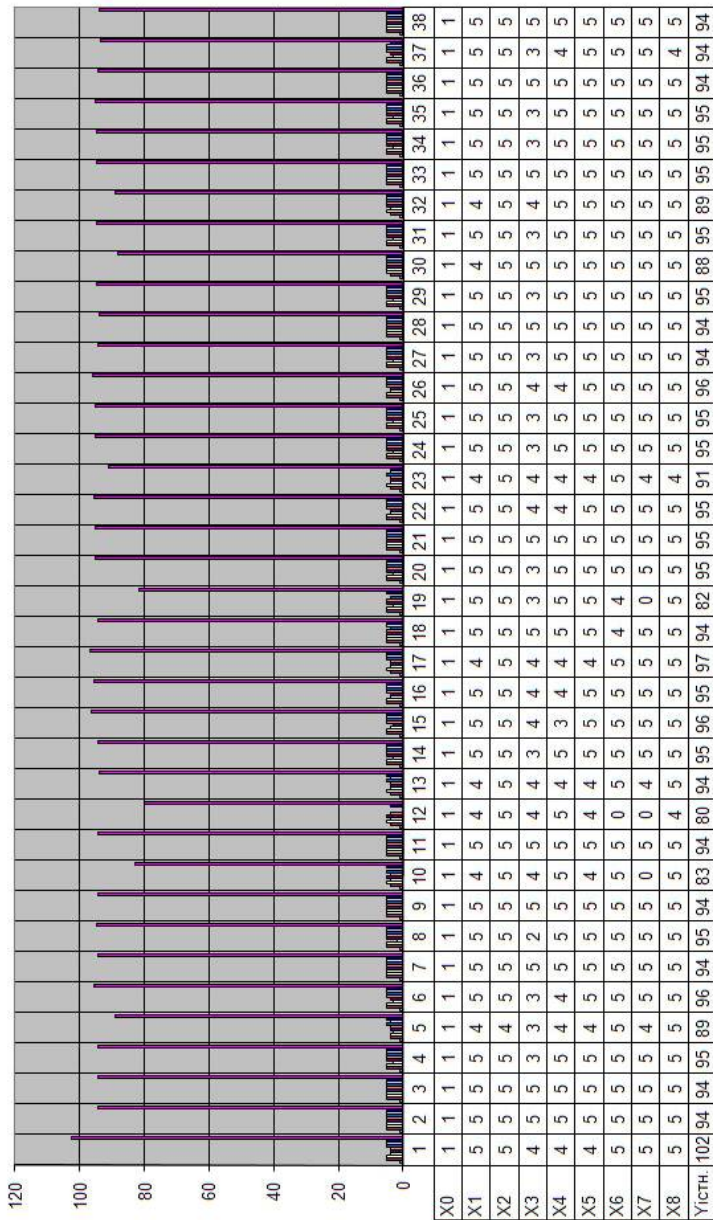
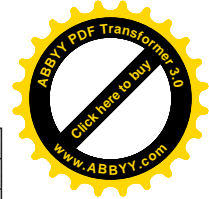
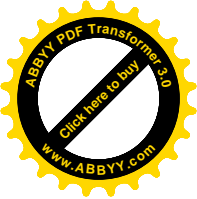
$$=МУМНОЖ(А66:І74;К54:К62). \quad (3.24)$$

При цьому обернена матриця знаходилась в діапазоні (А66:І54), а вектор вільних членів розміщувався в діапазоні (К54:К62). Попередньо виділивши масив під вектор коефіцієнтів математичної моделі, натиском клавіш F2, Ctrl +Shift + Enter, отримали вище приведені значення, на основі чого представляємо математичну модель базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи, яку приймаємо за істинну модель.

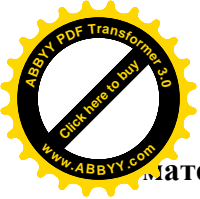
$$Y_{\text{істин.}}' = 54.49228X_0 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.07381X_3 - 0.96701X_4 - 6.97838X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.43821X_8. \quad (3.24)$$

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно побудувати спотворену математичну модель методом статистичних випробувань Монте Карло і зрівноважити її по способу найменших квадратів, виконавши повну оцінку точності зрівноважених елементів. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

На діаграмі 1 приведена істинна модель, в яку в подальшому вводилися істинні похибки, будувалася спотворена модель, зрівноважувалася по способу найменших квадратів, аналізувалася і досліджувалася, що і було предметом досліджень даної монографії.



Експертні оцінки X



2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

При проведенні досліджень прийемо середню квадратичну похибку оцінки відповіді студента викладачом в 0,5 балів за шкалою EST.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 .

Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олегом Олександровичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 38 псевдовипадкових чисел, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N \quad , \quad (4.1)$$

де N – номер варіанту (дві останні цифри математичної моделі).

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які прийемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.



1. Отримавши ряд випадкових (а тоді псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{cp} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n}, \quad (4.2)$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

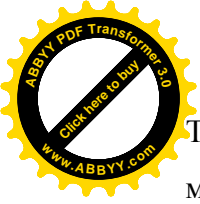
3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вчисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m'_{\Delta'}} \dots \quad (4.5)$$

де C – необхідна нормована константа.



Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357,$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

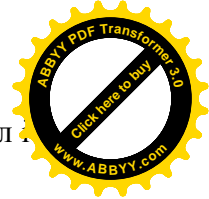
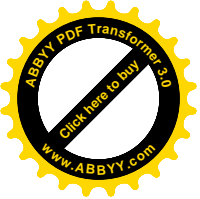
$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння

$$m_{\Delta} = C \quad (4.8)$$



Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок.

$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$	$\Delta i'^2$	$\Delta i = k * \Delta i'$	Δi^2	
2 0,038	0,027	0,011	0,000	0,393	0,155
3 0,044	0,027	0,017	0,000	0,602	0,362
4 0,0334	0,027	0,007	0,000	0,233	0,054
5 0,0353	0,027	0,009	0,000	0,299	0,090
6 0,0062	0,027	-0,021	0,000	-0,713	0,509
7 0,00068	0,027	-0,026	0,001	-0,906	0,820
8 0,0082	0,027	-0,019	0,000	-0,644	0,415
9 0,0204	0,027	-0,006	0,000	-0,219	0,048
10 0,0286	0,027	0,002	0,000	0,066	0,004
11 0,0231	0,027	-0,004	0,000	-0,125	0,016
12 0,0332	0,027	0,006	0,000	0,226	0,051
13 0,041	0,027	0,014	0,000	0,498	0,248
14 0,014	0,027	-0,013	0,000	-0,442	0,195
15 0,0144	0,027	-0,012	0,000	-0,428	0,183
16 0,0161	0,027	-0,011	0,000	-0,369	0,136
17 0,041	0,027	0,014	0,000	0,498	0,248
18 0,021	0,027	-0,006	0,000	-0,198	0,039
19 0,0301	0,027	0,003	0,000	0,118	0,014
20 0,0074	0,027	-0,019	0,000	-0,672	0,451
21 0,0265	0,027	0,000	0,000	-0,007	0,000
22 0,0234	0,027	-0,003	0,000	-0,115	0,013
23 0,0046	0,027	-0,022	0,000	-0,769	0,592
24 0,0407	0,027	0,014	0,000	0,487	0,237
25 0,031	0,027	0,004	0,000	0,150	0,022
26 0,0079	0,027	-0,019	0,000	-0,654	0,428
27 0,0489	0,027	0,022	0,000	0,772	0,597
28 0,0488	0,027	0,022	0,000	0,769	0,591
29 0,0047	0,027	-0,022	0,000	-0,766	0,586
30 0,0418	0,027	0,015	0,000	0,525	0,276
31 0,0417	0,027	0,015	0,000	0,522	0,272
32 0,0409	0,027	0,014	0,000	0,494	0,244
33 0,042	0,027	0,015	0,000	0,532	0,283
34 0,0457	0,027	0,019	0,000	0,661	0,437
35 0,0272	0,027	0,000	0,000	0,017	0,000
36 0,0287	0,027	0,002	0,000	0,070	0,005
37 0,0218	0,027	-0,005	0,000	-0,171	0,029
38 0,0316	0,027	0,005	0,000	0,170	0,029
39 0,0007	0,027	-0,026	0,001	-0,905	0,819
40 1,015	1,015	0,000	0,008	0,000	9,500



Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{([\Delta_i^2/n])}$$
$$0,014368158$$

Коефіцієнт пропорційності

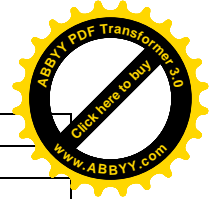
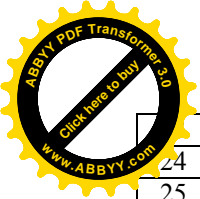
$$K = \frac{0,5}{0,014368158} = 34,799173..$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9,500}{38}} = 0,5 .$$

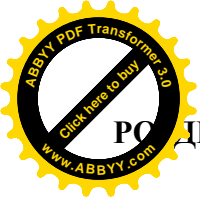
Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі.

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{cномв.} = Y_{icm.} + \Delta_i$
	Екз.оцін.	Уіст.=X*A		
2	100	102,4597125	0,393	102,85287
3	90	94,44050746	0,602	95,04246
4	90	94,44050746	0,233	94,67359
5	100	94,58812998	0,299	94,88733
6	89	89	-0,713	88,28654
7	89	95,55514436	-0,906	94,64960
8	95	94,44050746	-0,644	93,79665
9	100	94,66194123	-0,219	94,44263
10	90	94,44050746	0,066	94,50655
11	89	82,81828264	-0,125	82,69293
12	100	94,44050746	0,226	94,66663
13	80	80,19449082	0,498	80,69205
14	89	94,12678395	-0,442	93,68476
15	90	94,58812998	-0,428	94,16003
16	100	96,44834749	-0,369	96,07940
17	90	95,48133311	0,498	95,97889
18	100	96,71215568	-0,198	96,51373
19	100	94,40339101	0,118	94,52163
20	77	81,62415487	-0,672	80,95246
21	77	94,58812998	-0,007	94,58110
22	100	94,44050746	-0,115	94,32560



	100	95,48133311	-0,769	94,71220
24	90	91,68857438	0,487	92,17569
25	100	94,58812998	0,150	94,73769
26	100	94,58812998	-0,654	93,93383
27	100	95,48133311	0,772	96,25380
28	100	94,58812998	0,769	95,35712
29	100	94,44050746	-0,766	93,67485
30	100	94,58812998	0,525	95,11352
31	85	88,69295063	0,522	89,21486
32	90	94,58812998	0,494	95,08220
33	90	88,76676189	0,532	89,29912
34	86	94,44050746	0,661	95,10162
35	86	94,58812998	0,017	94,60546
36	100	94,58812998	0,070	94,65766
37	90	94,44050746	-0,171	94,26992
38	95	93,11693479	0,170	93,28738
39	100	94,44050746	-0,905	93,53566
Σ	3547	3547	0,000	3547,00000

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.



РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження.

3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження

За формулою (3.19) отримаємо вектор вільних членів
нормальних рівнянь

=МУМНОЖ(A46:AL54;AI2:AI39) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.1)

$L' = X_T * Y_{спт.}$
3547
17022,44032
17646,71346
13822,15284
16594,44574
17098,10143
17156,06568
16239,16583
17468,84489

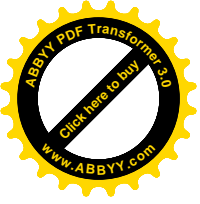
Вектор
вільних
членів

Вектор коефіцієнтів математичної моделі , побудованої
в даній монографії, отримаємо за формулою

$$A' = QL', \quad (5.2)$$

І в нашому випадку

=МУМНОЖ(A68:I76;R68:R76) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.3)



$A'=Q*L'$	
53,230347	a0
5,502271	a1
5,929981	a2
-0,086045	a3
-0,757860	a4
-7,041221	a5
-0,036845	a6
2,717109	a7
2,019487	a8
Вектор коефіцієнтів зрівноваженої моделі	

Таким чином, на основі проведених нами досліджень, отримана емпірична формула математичної моделі якості базової дисципліни в рамках наукової школи

$$Y_{\text{моделі}}' = 53,230347X_0 + 5,502271X_1 + 5,929981X_2 - 0,086045X_3 - 0,757860X_4 - 7,041221X_5 - 0,036845X_6 + 2,717109X_7 + 2,019487X_8. \quad (5.4)$$

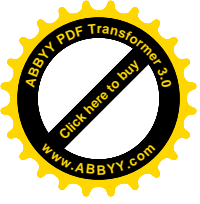
3.6. Контроль зрівноваження

Перший контроль виконання процедури зрівноваження виконується за формулою

$$L' = N * A' \quad (6.1)$$

або для нашого розрахункового файла
=МУМНОЖ(A57:165;T68:T76)) F2, Ctrl+Shift+Enter (6.2)

І в нашому випадку



$L'=N*A'$
3547,000
17022,440
17646,713
13822,153
16594,446
17098,101
17156,066
16239,166
17468,845
Контроль 1

Другий контроль процедури зрівноваження виконується за формулою:

$$\begin{aligned} & [YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] - \quad (6.3) \\ & - a_5[YX_5] - a_6[YX_6] - a_7[YX_7] - a_8[YX_8] = [VV] \end{aligned}$$

У формулі (6.3) символом [] позначені суми за Гаусом. Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою

$$=S40-МУМНОЖ(ТРАНСП(Т68:Т76);R68:R76) \quad (6.4)$$

F2, Ctrl+Shift+Enter

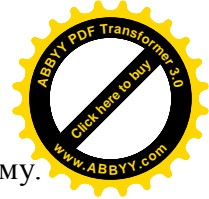
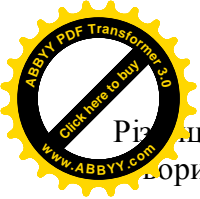
В чарунку S40 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (Т68:Т76) знаходилися значення $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$, в діапазоні (R68:R76) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь.

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$[Y^T Y] - \ell K^T = [V^T V] \quad \dots \quad (6.5)$$

В нашому випадку отримали

$$\begin{aligned} [Y^T Y] - \ell K^T &= 7,6483702, \\ [V^T V] &= 7,6483702. \end{aligned}$$



Різниця між даними числами склала $\Delta=0,00000001$, що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Третім контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

=ЛИНЕЙН(R2:R39;H2:P39;1;1) F2, Ctrl+Shift+Enter..(6.6)

Діапазоном (R2:R39) відмічені екзаменаційні оцінки $Y_{сп}$, діапазоном (H2:P39) відмічені результати експертних оцінок студентів.

В строчці (1) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (3.24) математичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи .

В другій строчці приведені середні квадратичні похибки (стандарти) даних коефіцієнтів.

Як видно із табл.6.1 , лише для коефіцієнтів $a_8, a_7, a_5, a_4, a_2, a_1$ і a_0 середні квадратичні похибки менші самих коефіцієнтів.

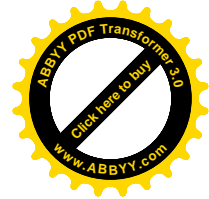
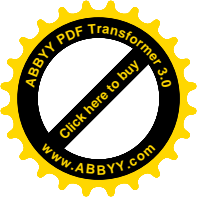
Таблиця 6.1. Другий контроль процедури зрівноваження

a8	a7	a6	a5		
2,019487177	2,717109079	-0,03684546	-7,041220599	=ai	A"трансп
0,400868936	0,091325845	0,15094152	0,381284482	стандарт S	ai=S√dii
0,988241847	0,513553212	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ
304,6717144	29	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
642,8253923	7,648370155	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
a8	a7	a6	a5		

Продовження таблиці 6.1.

a4	a3	a2	a1	a0
-0,75786	-0,086045	5,929981	5,502271	53,230347
0,192979	0,099689	0,58980937	0,32443	3,1494645
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Розраховуючи зрівноважені значення \tilde{Y} , отримали



Таблиця 6.2.Зрівноважені значення У'

$Y'=X*A'$	$V=Y'-Y_{спт}$	VV
102,3498596	-0,50301	0,253019
94,46473392	-0,57773	0,333767
94,46473392	-0,20885	0,04362
94,63682484	-0,25050	0,062753
88,2865437	0,00000	7,76E-25
95,3946845	0,74509	0,555156
94,46473392	0,66808	0,446337
94,72287031	0,28024	0,078533
94,46473392	-0,04182	0,001749
82,50418326	-0,18875	0,035626
94,46473392	-0,20189	0,040762
80,66892338	-0,02312	0,000535
94,13047923	0,44572	0,198665
94,63682484	0,47680	0,227336
96,06649869	-0,01290	0,000167
95,30863903	-0,67025	0,449234
96,84758831	0,33386	0,111463
94,50157937	-0,02006	0,000402
81,08812491	0,13567	0,018406
94,63682484	0,05573	0,003106
94,46473392	0,13914	0,019359
95,30863903	0,59644	0,355742
92,11099205	-0,06470	0,004186
94,63682484	-0,10087	0,010174
94,63682484	0,70299	0,494199
95,30863903	-0,94516	0,893332
94,63682484	-0,72029	0,518823
94,46473392	0,78988	0,623913
94,63682484	-0,47670	0,227242
88,96246259	-0,25240	0,063707
94,63682484	-0,44538	0,198363
89,04850806	-0,25061	0,062804
94,46473392	-0,63688	0,405622
94,63682484	0,03137	0,000984
94,63682484	-0,02083	0,000434



94,46473392	0,19482	0,037953
93,37519732	0,08782	0,007712
94,46473392	0,92908	0,863186
3547	-8,89E-11	7,64837

3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 38$; $K = 9$. V - різниця між вирахованим значенням y' і вихідним значенням y_i

$$V_i = y'_i - y_i \quad \dots\dots \quad (7.2)$$

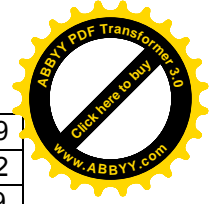
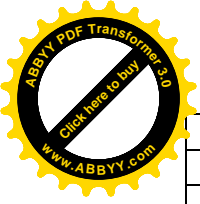
Підставляючи у виведену нами, формулу (5.4) значення X початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень Y_{icmn} .

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

$$\mu = \sqrt{([V^2]/(n-k))} = 0,513553212.$$

Коваріаційна матриця $K = N^{-1} \mu^2$

9,919126627	0,045969007	-1,54667037	0,025823
0,045969007	0,105254624	-0,031974444	0,005149
-1,54667037	-0,03197444	0,347875096	-0,01234
0,025822721	0,00514912	-0,012339414	0,009938
0,025700784	0,008449679	-0,010510791	-0,0013



0,081071275	-0,07510981	-0,037663687	0,000999
0,028900535	0,003899416	-0,002395234	0,002092
0,008765309	-0,00348581	0,004915147	-0,00179
-0,656351394	-0,01869008	0,04827252	-0,0058
X0	X1	X2	X3

Продовження ковариаційної матриці $K=N^{-1}\mu^2$

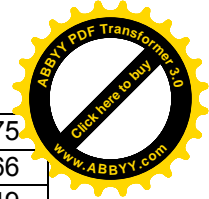
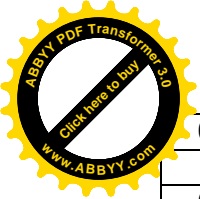
0,0257008	0,081071275	0,028900535	0,008765	-0,65635
0,0084497	-0,075109809	0,003899416	-0,00349	-0,01869
-0,010511	-0,037663687	-0,002395234	0,004915	0,048273
-0,001299	0,000998981	0,002092159	-0,00179	-0,0058
0,0372408	-0,028200679	0,005552262	0,003478	-0,01828
-0,028201	0,145377856	-0,000939521	-0,01006	-0,01135
0,0055523	-0,000939521	0,022783343	-0,00712	-0,02902
0,0034782	-0,010061537	-0,007115149	0,00834	0,003885
-0,018279	-0,011347839	-0,029020164	0,003885	0,160696
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця факторних ознак R

	<i>Столбец 1</i>	<i>Столбец 2</i>	<i>Столбец 3</i>	<i>Столбец 4</i>
<i>Столбец 1</i>	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129
<i>Столбец 2</i>	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
<i>Столбец 3</i>	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413
<i>Столбец 4</i>	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
<i>Столбец 5</i>	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
<i>Столбец 6</i>	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
<i>Столбец 7</i>	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
<i>Столбец 8</i>	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

<i>Столбец 5</i>	<i>Столбец 6</i>	<i>Столбец 7</i>	<i>Столбец 8</i>
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683



0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця Z=1/R

	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132
	X1	X2	X3	X4

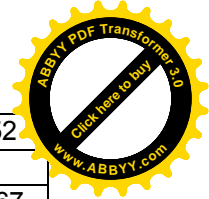
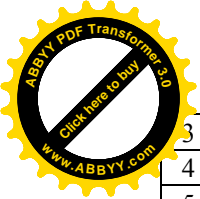
Продовження матриці Z=1/R

	5	6	7	8
	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221
	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
	X5	X6	X7	X8

Частинні коефіцієнти кореляції

$$r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}}$$

	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345



3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці

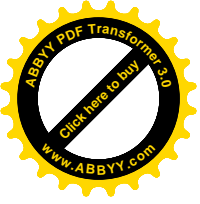
$r_{ij} =$	$z_{ij}/\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}$		
-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671
	Y _{спотв.}	X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9



1				
0,36039265	1			
-0,140922936	0,304486	1		
-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'$ зрівн.)

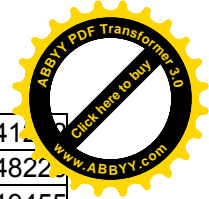
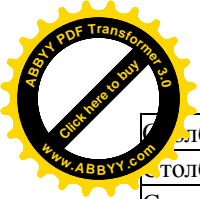
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'$ зрівн.)

1				
0,306225931	1			
0,486201157	0,631377	1		
0,364366275	0,527649	0,330486	1	
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X5	X6	X7	X8	Y'зрівн.

Кореляційна матриця істинної моделі $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, Y_{\text{істн.}})$

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1



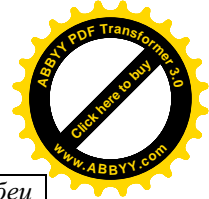
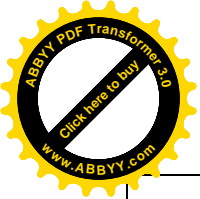
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,0999412
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,02024822
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245
		X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці істинної моделі

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219
Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095
	Үекзам.	X0	X1	X2



Продовження кореляційної матриці результатів екзамену

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8

Оберненими вагами встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі будуть діагональні елементи оберненої матриці Q.

Середні квадратичні похибки коефіцієнтів розраховують за формулою

$$m_a = \mu \sqrt{Q_{I=J}}, \tag{7.3}$$

Таблиця 7.1. Обернені ваги встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі і їх середні квадратичні похибки

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma	
37,60993	6,1326936	3,149464	a0
0,399089	0,6317353	0,32443	a1
1,319023	1,14848736	0,589809	a2
0,037681	0,19411615	0,099689	a3
0,141204	0,37577152	0,192979	a4
0,551223	0,74244396	0,381284	a5
0,086387	0,29391603	0,150942	a6
0,031624	0,17783132	0,091326	a7
0,609304	0,78057916	0,400869	a8

Значимість коефіцієнтів встановлюється за формулою



t=a/ma		
a0	16,9014	
a1	16,95983	Інтерес
a2	10,05406	Роб.викл.
a3	0,863139	Трудність
a4	3,927168	Наук.пош.
a5	18,46711	Зв'яз.спец
a6	0,244104	Моногр.1
a7	29,75181	Моногр.2
a8	5,037774	Наук.школ
	Значимість	

$$t_a = a / m_a, \quad (7.4)$$

І в нашому випадку отримаємо

t(0,05;30)=	2,042272449
-------------	-------------

Для коефіцієнтів регресії a0,a1,a2,a4,a5,a7,a8 t> t(0,05;30),

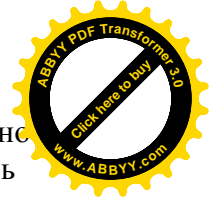
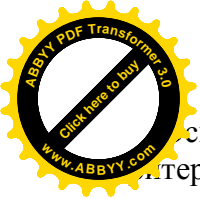
тобто коефіцієнти регресії статистично значимі, а значить і сама математична модель адекватно описує якість засвоєння дисципліни.

Коефіцієнти a3, a6 незначимі і їх можна виключити з розгляду.

Згідно таблиці 6.1 коефіцієнт детермінації R²=0,9885511, тобто маємо дуже тісну кореляцію з моделлю.

За критерієм Фішера-Снедекора ми отримали

F0,05;8;29	2,278251
F=356,405	F>Fтабл.



скільки $F > F(0.05; 8; 29)$, тобто $(356,405 > 2,278)$, то згідно критерію Фішера з надійністю $P=0,95$ математичну модель

$$Y_{\text{модели}}' = 53,230347X_0 + 5,502271X_1 + 5,929981X_2 - 0,086045X_3 - 0,757860X_4 - 7,041221X_5 - 0,036845X_6 + 2,717109X_7 + 2,019487X_8.$$

можна вважати адекватною експериментальним даним і на підставі прийнятої моделі можна проводити педагогічний аналіз.

Знайдемо значення оберненої ваги зрівноваженої функції $1/P_y'$ за Формулою

$$\frac{1}{P_\varphi} = \varphi Q \varphi^T \quad (7.5)$$

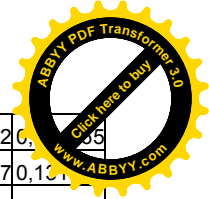
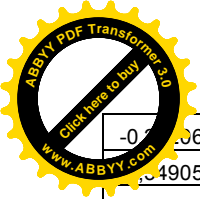
Для цього попередньо перемножимо матриці

$$Q' = XN^{-1}, \quad (7.6)$$

$$= \text{МУМНОЖ}(H2:P39; A68:I76) F2, \text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter}. \quad (7.7)$$

Допоміжна матриця Q'

-0,55899961	0,284160	0,1696368	0,003641	0,000448	-0,46196	-0,01334	0,030267	0,104917
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
5	-1,53E-14	-1	3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14
-0,34951601	-0,020154	0,0736158	-0,03025	-0,10155	0,085475	-0,02484	-0,00111	0,083871
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,34997835	-0,00764	0,0805493	-0,07286	0,044575	-0,02524	-0,01172	0,018859	0,036546
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,802025	-0,016806	0,1578369	0,013077	0,043674	-0,09335	0,127816	-0,10145	0,032816
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
1,13873003	-0,019866	0,0202135	-0,00461	0,007719	-0,03251	-0,19408	0,018711	-0,02631
-0,76653338	-0,101712	0,2722364	-0,00911	-0,04478	-0,13902	-0,00115	0,01186	0,161051



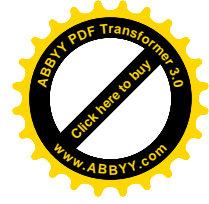
-0,00000000	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
0,4905367	-0,032669	0,0666823	0,012354	-0,24768	0,19619	-0,03796	-0,02107	0,1311
-0,2516051	-0,000631	0,026829	0,007429	-0,10648	0,089262	-0,0169	-0,00788	0,06189
-0,73329834	-0,114929	0,2908729	-0,01588	-0,03159	-0,17717	-0,02813	0,043484	0,175783
-0,16582655	0,036146	-0,050729	0,032252	0,008747	-0,01031	-0,07431	0,025506	0,080636
-0,52782361	0,063184	-0,050338	-0,00923	-0,04734	0,172859	0,044719	-0,11906	0,050939
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,2516051	-0,000631	0,026829	0,007429	-0,10648	0,089262	-0,0169	-0,00788	0,06189
1,7221263	-0,030846	0,0892035	0,012876	0,024528	-0,09599	0,108885	-0,00287	-0,44825
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,2516051	-0,000631	0,026829	0,007429	-0,10648	0,089262	-0,0169	-0,00788	0,06189
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,23054435	-0,348158	0,061425	0,020661	-0,00224	0,270914	-0,0027	0,011745	0,041468
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,32845526	-0,367682	0,1082118	-0,01702	0,002687	0,267126	-0,01064	0,018522	0,063449
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
2,13914367	0,050712	-0,109417	-0,00827	-0,03225	0,128502	0,085197	-0,01584	-0,52543
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294

Обернену вагу $1/P_\varphi$ знаходимо порядковим множенням

$$= \text{МУМНОЖ}(W2:AE2;A46:A54) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter } \quad (7.8)$$

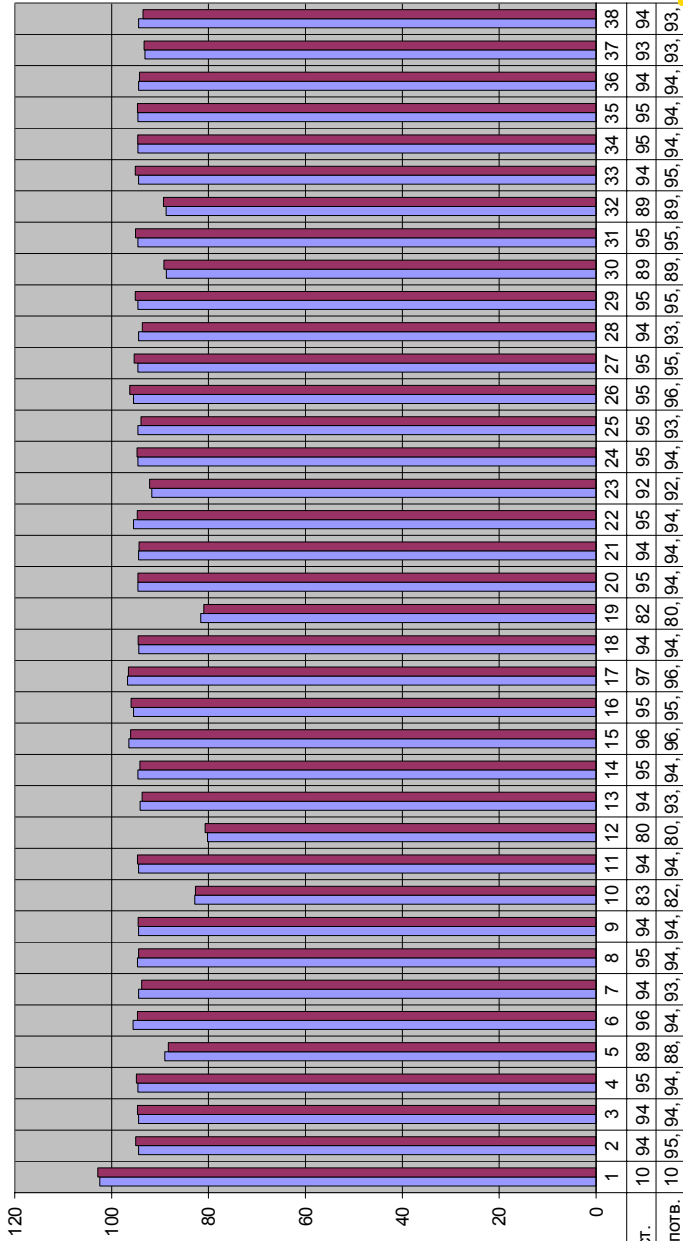
де першою строчкою (W2:AE2) буде перша строчка матриці Q', стовпчиком (A46:A54) ,буде перший стовпчик транспонованої матриці X^T.

аблиця 7.2. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки



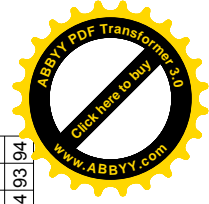
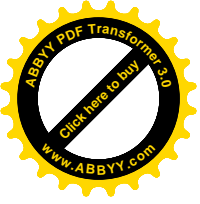
$1/Py'$	$\sqrt[3]{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,358644
0,08594	0,293155	0,150551
0,08594	0,293155	0,150551
0,075925	0,275546	0,141507
1	1	0,513553
0,13783	0,371254	0,190659
0,08594	0,293155	0,150551
0,183961	0,428907	0,220267
0,08594	0,293155	0,150551
0,62038	0,787642	0,404496
0,08594	0,293155	0,150551
0,945212	0,97222	0,499287
0,263131	0,512963	0,263434
0,075925	0,275546	0,141507
0,469169	0,684959	0,351763
0,115006	0,339126	0,174159
0,318474	0,564335	0,289816
0,148166	0,384923	0,197678
0,569883	0,754906	0,387684
0,075925	0,275546	0,141507
0,08594	0,293155	0,150551
0,115006	0,339126	0,174159
0,550332	0,741844	0,380976
0,075925	0,275546	0,141507
0,075925	0,275546	0,141507
0,115006	0,339126	0,174159
0,075925	0,275546	0,141507
0,08594	0,293155	0,150551
0,075925	0,275546	0,141507
0,383167	0,619005	0,317892
0,075925	0,275546	0,141507
0,379526	0,616057	0,316378
0,08594	0,293155	0,150551
0,075925	0,275546	0,141507
0,075925	0,275546	0,141507
0,08594	0,293155	0,150551
0,579391	0,761177	0,390905
0,08594	0,293155	0,150551

Істинна і слотворена моделі

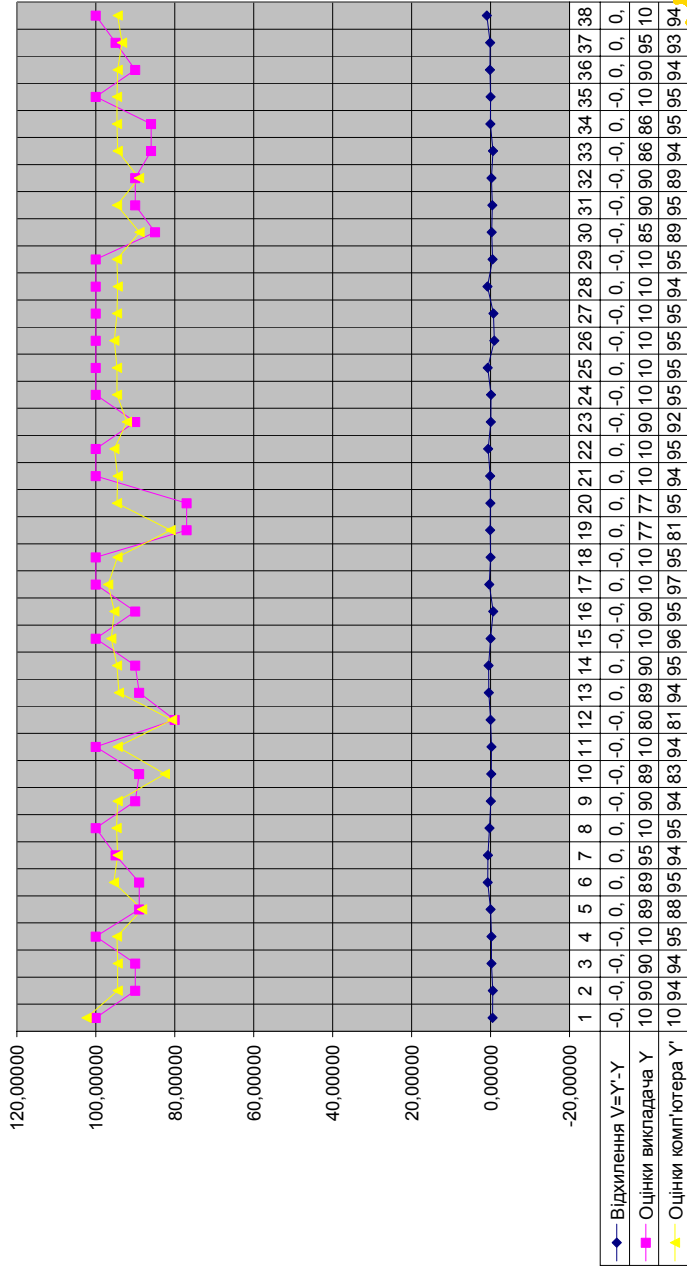


Екзаменуємі

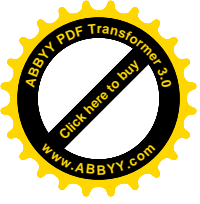
Оцінки



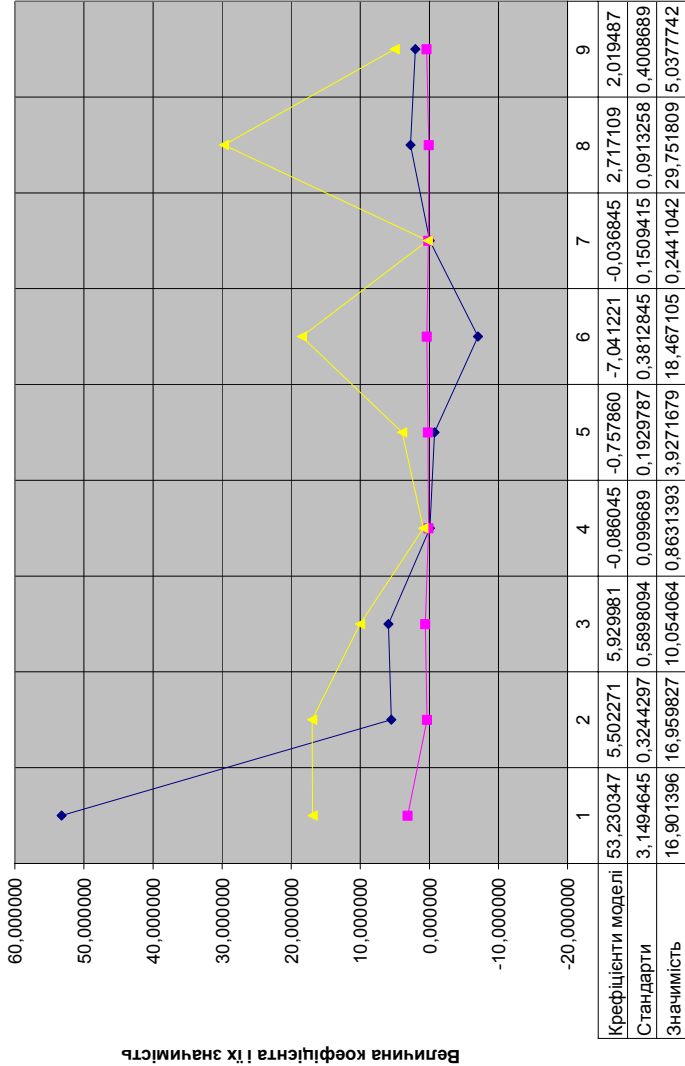
Екзаменаційні оцінки



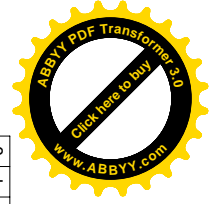
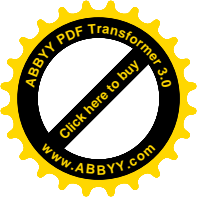
Бали по шкалі EST



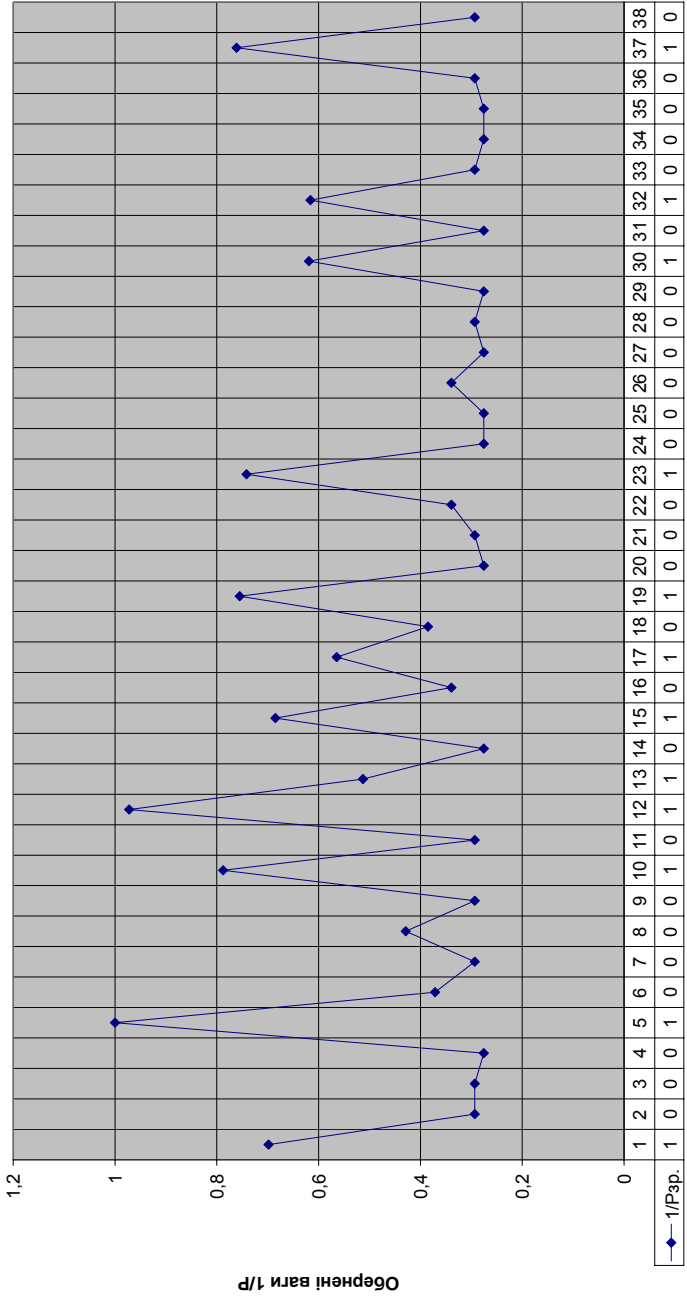
Коефіцієнти моделі і їх значимість



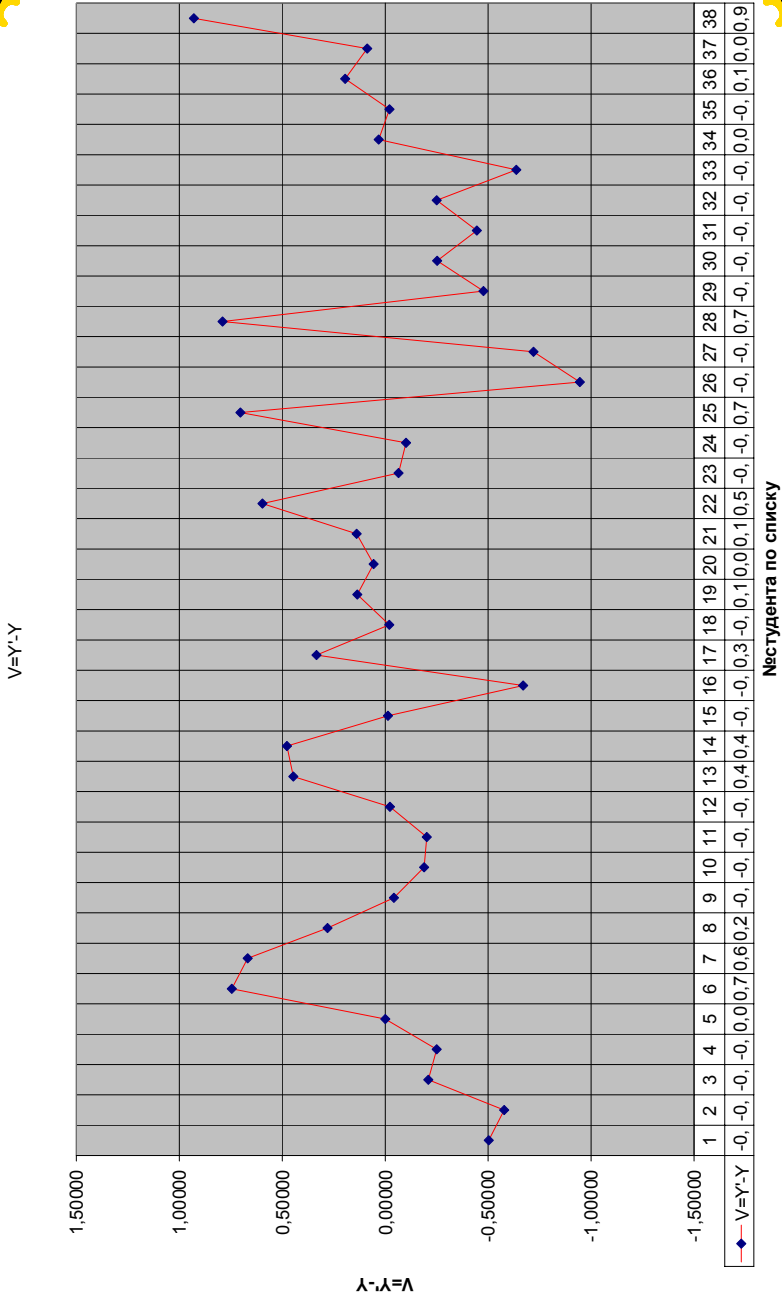
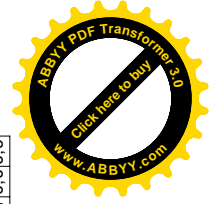
Величина коефіцієнта і їх значимість



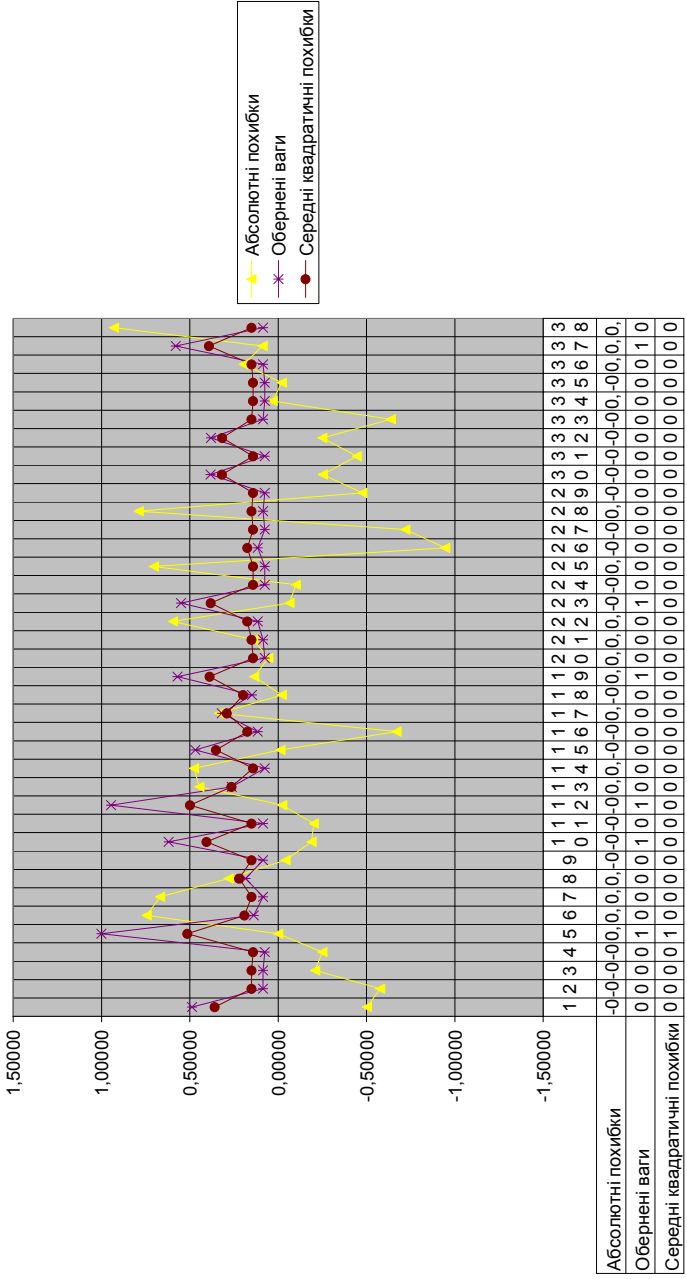
Обернені ваги



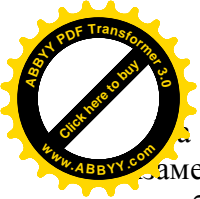
№ студента по списку



Порівняльний аналіз похибок



Бали по шкалі EST



На першій діаграмі «Істинна модель» (стор.29) представлено експертні оцінки істинної математичної моделі $Y_{\text{іст.}}$ розробленої Р.М.Літнарівичем і приведеної значеннями « Y ». Крім того, на діаграмі представлені експертні оцінки $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ факторної множинної регресії.

На другій діаграмі (с.52) приведені значення « $U_{\text{іст.}}$ » (лівий стовпчик) і « $U_{\text{спотв.}}$ » - оцінки спотвореної моделі (правий стовпчик), побудованої автором даної монографії.

На третій діаграмі проілюстровані оцінки викладача Y і комп'ютера Y' , а також їх відхилення V .

На четвертій діаграмі «Коефіцієнти моделі і їх значимість» дана графічна інтерпретація коефіцієнтів побудованої в даній монографії математичній моделі, їх стандартні похибки і статистична значимість коефіцієнтів.

На п'ятій діаграмі представлені обернені ваги зрівноваженої функції.

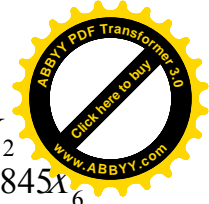
На шостій діаграмі проілюстровані абсолютні відхилення зрівноваженої моделі від істинної.

Сьома діаграма ілюструє порівняльний аналіз похибок зрівноваженої математичної моделі.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула



$$Y_{\text{модели}} = 53,230347X_0 + 5,502271X_1 + 5,929981X_2 - 0,086045X_3 - 0,757860X_4 - 7,041221X_5 - 0,036845X_6 + 2,717109X_7 + 2,019487X_8. \quad (5.4)$$

залежності екзаменаційних оцінок Y і факторних ознак X_i .

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,513553212$ бала.

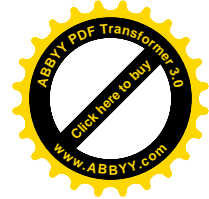
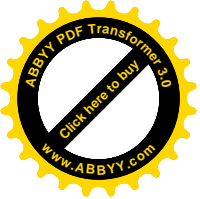
Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

3,149464	ma0
0,32443	ma1
0,589809	ma2
0,099689	ma3
0,192979	ma4
0,381284	ma5
0,150942	ma6
0,091326	ma7
0,400869	ma8

Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

t=a/ma	
16,9014	
16,95983	Інтерес
10,05406	Роб.викл.
0,863139	Трудність
3,927168	Наук.пош.
18,46711	Зв'яз.спец
0,244104	Моногр.1
29,75181	Моногр.2
5,037774	Наук.школ

6. Встановлені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{ϕ} .
7. Розроблена методика підготовки істинних похибок

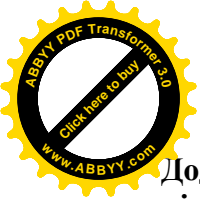


наперед заданої точності.

8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в педагогіці.

Літературні джерела

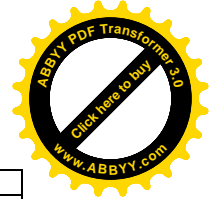
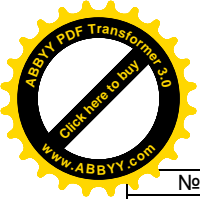
1. Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МЕГУ, Рівне,- 383 с.
3. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МЕГУ, Рівне, 2009, -32с.
4. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, -17с.
5. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
6. Літнарівич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.
- 7.Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна Психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник -К.: МАУП, 2004, -128 с.
8. Якимчук А.Й.Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло.Множинний регресійний аналіз.Модель ДА-50.МЕГУ,Рівне,2009,-72с.



Додатки

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

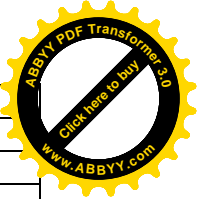
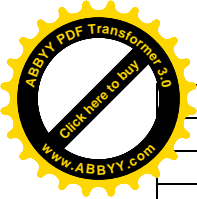
$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$		$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$ $\Delta_i'^2$ $\Delta_i = k * \Delta'_i$ Δ_i^2					
ξсередн.							
2	0,038	0,027	0,011	0,000	0,393	0,155	
3	0,044	0,027	0,017	0,000	0,602	0,362	
4	0,0334	0,027	0,007	0,000	0,233	0,054	
5	0,0353	0,027	0,009	0,000	0,299	0,090	
6	0,0062	0,027	-0,021	0,000	-0,713	0,509	
7	0,00068	0,027	-0,026	0,001	-0,906	0,820	
8	0,0082	0,027	-0,019	0,000	-0,644	0,415	
9	0,0204	0,027	-0,006	0,000	-0,219	0,048	
10	0,0286	0,027	0,002	0,000	0,066	0,004	
11	0,0231	0,027	-0,004	0,000	-0,125	0,016	
12	0,0332	0,027	0,006	0,000	0,226	0,051	
13	0,041	0,027	0,014	0,000	0,498	0,248	
14	0,014	0,027	-0,013	0,000	-0,442	0,195	
15	0,0144	0,027	-0,012	0,000	-0,428	0,183	
16	0,0161	0,027	-0,011	0,000	-0,369	0,136	
17	0,041	0,027	0,014	0,000	0,498	0,248	
18	0,021	0,027	-0,006	0,000	-0,198	0,039	
19	0,0301	0,027	0,003	0,000	0,118	0,014	
20	0,0074	0,027	-0,019	0,000	-0,672	0,451	
21	0,0265	0,027	0,000	0,000	-0,007	0,000	
22	0,0234	0,027	-0,003	0,000	-0,115	0,013	
23	0,0046	0,027	-0,022	0,000	-0,769	0,592	
24	0,0407	0,027	0,014	0,000	0,487	0,237	
25	0,031	0,027	0,004	0,000	0,150	0,022	
26	0,0079	0,027	-0,019	0,000	-0,654	0,428	
27	0,0489	0,027	0,022	0,000	0,772	0,597	
28	0,0488	0,027	0,022	0,000	0,769	0,591	
29	0,0047	0,027	-0,022	0,000	-0,766	0,586	
30	0,0418	0,027	0,015	0,000	0,525	0,276	
31	0,0417	0,027	0,015	0,000	0,522	0,272	
32	0,0409	0,027	0,014	0,000	0,494	0,244	
33	0,042	0,027	0,015	0,000	0,532	0,283	
34	0,0457	0,027	0,019	0,000	0,661	0,437	
35	0,0272	0,027	0,000	0,000	0,017	0,000	
36	0,0287	0,027	0,002	0,000	0,070	0,005	
37	0,0218	0,027	-0,005	0,000	-0,171	0,029	
38	0,0316	0,027	0,005	0,000	0,170	0,029	
39	0,0007	0,027	-0,026	0,001	-0,905	0,819	
40	1,015	1,015	0,000	0,008	0,000	9,500	
40	A	B	C	D	E	F	



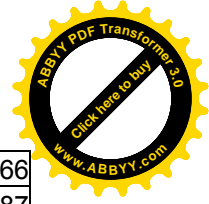
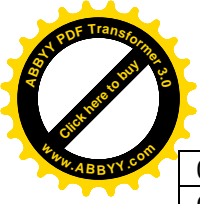
Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

№	G	E	R
1	$Y_{\text{іст.}}=X*A$		$Y_{\text{сп.}}=Y_{\text{іст.}}+\Delta i$
2	102,45971	$\Delta i = k * \Delta_i$	102,85287
3	94,4405	0,602	95,04246
4	94,4405	0,233	94,67359
5	94,58812	0,299	94,88733
6	89	-0,713	88,28654
7	95,55514	-0,906	94,64960
8	94,4405	-0,644	93,79665
9	94,66194	-0,219	94,44263
10	94,4405	0,066	94,50655
11	82,81828	-0,125	82,69293
12	94,4405	0,226	94,66663
13	80,19449	0,498	80,69205
14	94,12678	-0,442	93,68476
15	94,58812	-0,428	94,16003
16	96,44834	-0,369	96,07940
17	95,48133	0,498	95,97889
18	96,71215	-0,198	96,51373
19	94,40339	0,118	94,52163
20	81,62415	-0,672	80,95246
21	95,23491	-0,007	94,58110
22	95,40533	-0,115	94,32560
23	95,47378	-0,769	94,71220
24	90,99305	0,487	92,17569
25	95,07879	0,150	94,73769
26	95,07237	-0,654	93,93383
27	96,21724	0,772	96,25380
28	94,46685	0,769	95,35712
29	94,01844	-0,766	93,67485
30	94,75614	0,525	95,11352
31	88,17775	0,522	89,21486
32	94,61499	0,494	95,08220
33	89,08711	0,532	89,29912
34	94,89257	0,661	95,10162
35	94,9486	0,017	94,60546
36	95,20935	0,070	94,65766
37	94,47521	-0,171	94,26992
38	93,54198	0,170	93,28738
39	94,09329	-0,905	93,53566
40	3547	0,000	3547,00000

Додаток 3. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



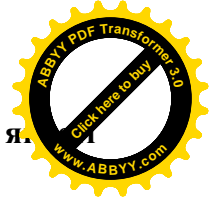
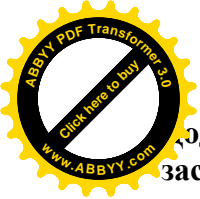
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Додаток 7. Вектор вільних членів

$L' = X_T * Y_{спт.}$
3547
17022,44032
17646,71346
13822,15284
16594,44574
17098,10143
17156,06568
16239,16583
17468,84489

Додаток 8. Коефіцієнти математичної моделі

$A' = Q * L'$	
53,230347	a0
5,502271	a1
5,929981	a2
-0,086045	a3
-0,757860	a4
-7,041221	a5
-0,036845	a6
2,717109	a7
2,019487	a8



Додаток 9. Нами отримана емпірична формула я.
засвоєння навчального матеріалу

$$Y_{\text{моделі}} = 53,230347X_0 + 5,502271X_1 + 5,929981X_2 - 0,086045X_3 - 0,757860X_4 - 7,041221X_5 - 0,036845X_6 + 2,717109X_7 + 2,019487X_8.$$

Додаток 10. Контроль зрівноваження

L'=N*A'
3547,000
17022,440
17646,713
13822,153
16594,446
17098,101
17156,066
16239,166
17468,845

	[YY]-L'A'™=	7,6483702
Контроль2	[VV]=	7,6483702

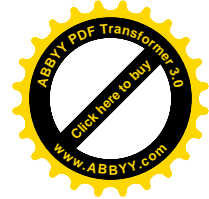
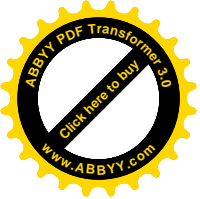


F0,05:8,29 2,278251
F=356,405 F>Fтабл.

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ МНОЖИНОЇ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ

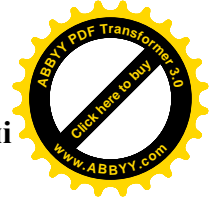
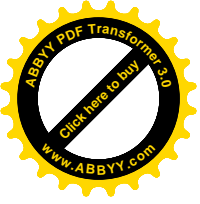
a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	
2,019487177	2,717109079	0,03684546	7,041220599	-0,75786	0,086045	5,929981	5,502271	53,230347	=a1 A'трансп
0,400868936	0,091325845	0,15094152	0,381284482	0,192979	0,099689	0,58980937	0,32443	3,1494645	стандарт ai=S^2/dii
0,988241847	0,513553212	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ
304,6717144	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Фікритерій F-т-1
642,8253923	7,648370155	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[Y- Ycp]^2 [W]



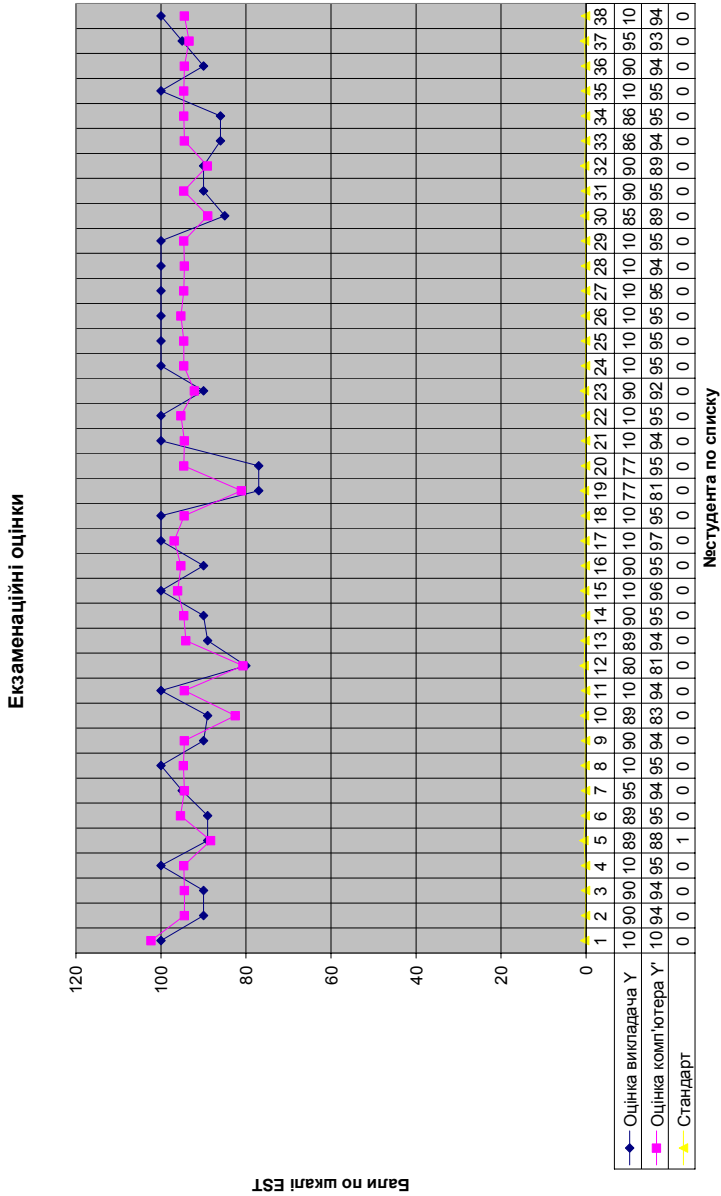


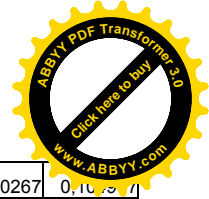
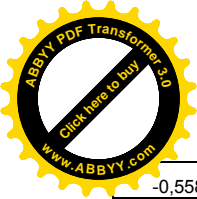
Додаток 11. Результати зрівноваження

$Y'=X*A'$	$V=Y'-Y_{спт}$	VV
102,3498596	-0,50301	0,253019
94,46473392	-0,57773	0,333767
94,46473392	-0,20885	0,04362
94,63682484	-0,25050	0,062753
88,2865437	0,00000	7,76E-25
95,3946845	0,74509	0,555156
94,46473392	0,66808	0,446337
94,72287031	0,28024	0,078533
94,46473392	-0,04182	0,001749
82,50418326	-0,18875	0,035626
94,46473392	-0,20189	0,040762
80,66892338	-0,02312	0,000535
94,13047923	0,44572	0,198665
94,63682484	0,47680	0,227336
96,06649869	-0,01290	0,000167
95,30863903	-0,67025	0,449234
96,84758831	0,33386	0,111463
94,50157937	-0,02006	0,000402
81,08812491	0,13567	0,018406
94,63682484	0,05573	0,003106
94,46473392	0,13914	0,019359
95,30863903	0,59644	0,355742
92,11099205	-0,06470	0,004186
94,63682484	-0,10087	0,010174
94,63682484	0,70299	0,494199
95,30863903	-0,94516	0,893332
94,63682484	-0,72029	0,518823
94,46473392	0,78988	0,623913
94,63682484	-0,47670	0,227242
88,96246259	-0,25240	0,063707
94,63682484	-0,44538	0,198363
89,04850806	-0,25061	0,062804
94,46473392	-0,63688	0,405622
94,63682484	0,03137	0,000984
94,63682484	-0,02083	0,000434
94,46473392	0,19482	0,037953
93,37519732	0,08782	0,007712
94,46473392	0,92908	0,863186
3547	-8,89E-11	7,64837



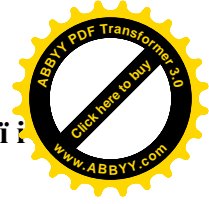
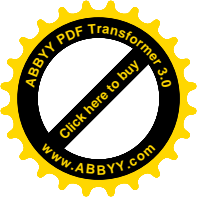
Додаток 12. Істинні і абсолютні похибки моделі





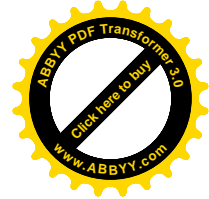
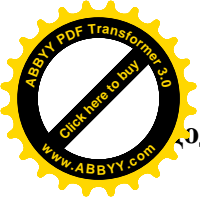
Додаток 13. Допоміжна матриця $Q'=XN-1$

-0,55899961	0,28416	0,1696368	0,003641	0,000448	-0,46196	-0,01334	0,030267	0,103971
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
5	-1,53E-14	-1	3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14
-0,34951601	-0,020154	0,0736158	-0,03025	-0,10155	0,085475	-0,02484	-0,00111	0,083871
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,34997835	-0,00764	0,0805493	-0,07286	0,044575	-0,02524	-0,01172	0,018859	0,036546
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,802025	-0,016806	0,1578369	0,013077	0,043674	-0,09335	0,127816	-0,10145	0,032816
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
1,13873003	-0,019866	0,0202135	-0,00461	0,007719	-0,03251	-0,19408	0,018711	-0,02631
-0,76653338	-0,101712	0,2722364	-0,00911	-0,04478	-0,13902	-0,00115	0,01186	0,161051
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,34905367	-0,032669	0,0666823	0,012354	-0,24768	0,19619	-0,03796	-0,02107	0,131197
-0,2516051	-0,000631	0,026829	0,007429	-0,10648	0,089262	-0,0169	-0,00788	0,06189
-0,73329834	-0,114929	0,2908729	-0,01588	-0,03159	-0,17717	-0,02813	0,043484	0,175783
-0,16582655	0,036146	-0,050729	0,032252	0,008747	-0,01031	-0,07431	0,025506	0,080636
-0,52782361	0,063184	-0,050338	-0,00923	-0,04734	0,172859	0,044719	-0,11906	0,050939
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,2516051	-0,000631	0,026829	0,007429	-0,10648	0,089262	-0,0169	-0,00788	0,06189
1,7221263	-0,030846	0,0892035	0,012876	0,024528	-0,09599	0,108885	-0,00287	-0,44825
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,2516051	-0,000631	0,026829	0,007429	-0,10648	0,089262	-0,0169	-0,00788	0,06189
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,23054435	-0,348158	0,061425	0,020661	-0,00224	0,270914	-0,0027	0,011745	0,041468
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,32845526	-0,367682	0,1082118	-0,01702	0,002687	0,267126	-0,01064	0,018522	0,063449
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,25206744	0,011884	0,0337625	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,012082	0,014565
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294
2,13914367	0,050712	-0,109417	-0,00827	-0,03225	0,128502	0,085197	-0,01584	-0,52543
-0,05624562	0,050931	-0,059811	0,040185	0,0298	-0,01388	0,012081	-0,00147	-0,0294



Додаток 14. Обернені ваги зрівноваженої функції і середні квадратичні похибки

$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,358644
0,08594	0,293155	0,150551
0,08594	0,293155	0,150551
0,075925	0,275546	0,141507
1	1	0,513553
0,13783	0,371254	0,190659
0,08594	0,293155	0,150551
0,183961	0,428907	0,220267
0,08594	0,293155	0,150551
0,62038	0,787642	0,404496
0,08594	0,293155	0,150551
0,945212	0,97222	0,499287
0,263131	0,512963	0,263434
0,075925	0,275546	0,141507
0,469169	0,684959	0,351763
0,115006	0,339126	0,174159
0,318474	0,564335	0,289816
0,148166	0,384923	0,197678
0,569883	0,754906	0,387684
0,075925	0,275546	0,141507
0,08594	0,293155	0,150551
0,115006	0,339126	0,174159
0,550332	0,741844	0,380976
0,075925	0,275546	0,141507
0,075925	0,275546	0,141507
0,115006	0,339126	0,174159
0,075925	0,275546	0,141507
0,08594	0,293155	0,150551
0,075925	0,275546	0,141507
0,383167	0,619005	0,317892
0,075925	0,275546	0,141507
0,379526	0,616057	0,316378
0,08594	0,293155	0,150551
0,075925	0,275546	0,141507
0,075925	0,275546	0,141507
0,08594	0,293155	0,150551
0,579391	0,761177	0,390905
0,08594	0,293155	0,150551



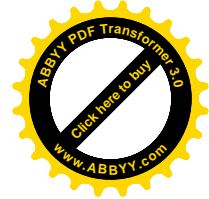
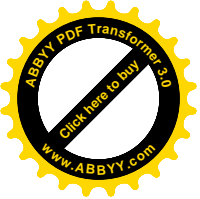
Додаток 15. Оцінка точності коефіцієнтів моделі

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
37,60993	6,1326936	3,149464
0,399089	0,6317353	0,32443
1,319023	1,14848736	0,589809
0,037681	0,19411615	0,099689
0,141204	0,37577152	0,192979
0,551223	0,74244396	0,381284
0,086387	0,29391603	0,150942
0,031624	0,17783132	0,091326
0,609304	0,78057916	0,400869

Додаток 16. Статистична значущість коефіцієнтів моделі

t=a/ma	
16,9014	
16,95983	Інтерес
10,05406	Роб.викл.
0,863139	Трудність
3,927168	Наук.пош.
18,46711	Зв'яз.спец
0,244104	Моногр.1
29,75181	Моногр.2
5,037774	Наук.школ

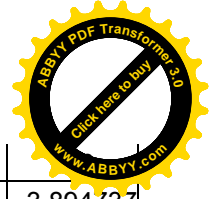
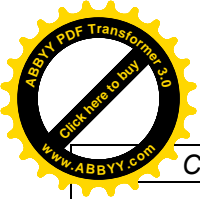
Додаток 17. Статистичні характеристики коефіцієнтів моделі



Столбец1	Y'
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056
Мода	94,46056
Стандартное отклонение	3,935271
Дисперсия выборки	15,48636
Эксцесс	4,247301
Асимметричность	-1,76384
Интервал	21,382
Минимум	80,67039
Максимум	102,0524
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,0524
Наименьший(1)	80,67039
Уровень надежности(95,0%)	1,293491

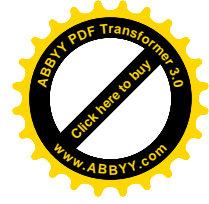
Столбец1	Услотв.
Среднее	93,34210526
Стандартная ошибка	0,67809203
Медиана	94,32428108
Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	4,180040004
Дисперсия выборки	17,47273444
Эксцесс	4,319111163
Асимметричность	-1,738146522
Интервал	22,87013464
Минимум	79,55525088
Максимум	102,4253855
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4253855
Наименьший(1)	79,55525088
Уровень надежности(95,0%)	1,37394495

Столбец2	X1
Среднее	4,789473684
Стандартная ошибка	0,067022583
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,41315495
Дисперсия выборки	0,170697013
Эксцесс	0,195277778
Асимметричность	-1,479132976
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	182
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,135800652



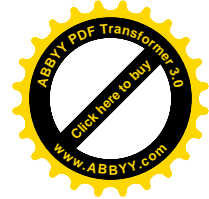
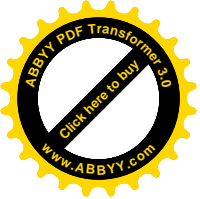
Столбец3	X2	Столбец 4	
		Среднее	3,894737
Среднее	4,973684	Стандартная ошибка	0,145044
Стандартная ошибка	0,026316	Медиана	4
Медиана	5	Мода	3
Мода	5	Стандартное отклонение	0,894109
Стандартное отклонение	0,162221	Дисперсия выборки	0,799431
Дисперсия выборки	0,026316	Эксцесс	-1,28133
Эксцесс	38	Асимметричность	-0,024544
Асимметричность	-6,164414	Интервал	3
Интервал	1	Минимум	2
Минимум	4	Максимум	5
Максимум	5	Сумма	148
Сумма	189	Счет	38
Счет	38	Наибольший(1)	5
Наибольший(1)	5	Наименьший(1)	2
Наименьший(1)	4	Уровень надежности(95,0%)	0,293886
Уровень надежности(95,0%)	0,053321		

Столбец5	X4
Среднее	4,684211
Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,525319
Дисперсия выборки	0,27596
Эксцесс	1,126072
Асимметричность	-1,40317
Интервал	2
Минимум	3
Максимум	5
Сумма	178
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,172668



<i>Столбец6</i>	<i>X5</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,06373
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,392859
Дисперсия выборки	0,154339
Эксцесс	0,925609
Асимметричность	-1,69696
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,12913

<i>Столбец7</i>	<i>X6</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,135227
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,833594
Дисперсия выборки	0,694879
Эксцесс	32,21157
Асимметричность	-5,5434
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,273996



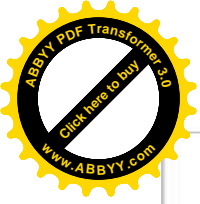
<i>Столбец8</i>	<i>X7</i>
Среднее	4,526316
Стандартная ошибка	0,222289
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	1,37028
Дисперсия выборки	1,877667
Экссесс	8,110829
Асимметричность	-3,0518
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	172
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,4504

<i>Столбец9</i>	<i>X8</i>
Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	0,07468
Экссесс	9,054512
Асимметричность	-3,25271
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	187
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,089824

Коваріаційна матриця		$K=N^{-1}\mu^2$							
X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	
9,919126627	0,045969007	-1,54667037	0,025823	0,0257008	0,081071275	0,028900535	0,008765	-0,65635	
0,045969007	0,105254624	-0,031974444	0,005149	0,0084497	-0,075109809	0,003899416	-0,00349	-0,01869	
-1,54667037	-0,03197444	0,347875096	-0,01234	-0,010511	-0,037663687	-0,002395234	0,004915	0,048273	
0,025822721	0,00514912	-0,012339414	0,009938	-0,001299	0,000998981	0,002092159	-0,00179	-0,0058	
0,025700784	0,008449679	-0,010510791	-0,0013	0,0372408	-0,028200679	0,005552262	0,003478	-0,01828	
0,081071275	-0,07510981	-0,037663687	0,000999	-0,028201	0,145377856	-0,000939521	-0,01006	-0,01135	
0,028900535	0,003899416	-0,002395234	0,002092	0,0055523	-0,000939521	0,022783343	-0,00712	-0,02902	
0,008765309	-0,00348581	0,004915147	-0,00179	0,0034782	-0,010061537	-0,007115149	0,00834	0,003885	
-0,656351394	-0,01869008	0,04827252	-0,0058	-0,018279	-0,011347839	-0,029020164	0,003885	0,160696	

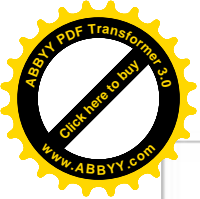
Обернена		кореляційнi матриця							
		Z=1/R							
1	2	3	4	5	6	7	8		
2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604		
-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221		
0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873		
0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813		
-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092		
0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744		
-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115		
-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603		
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8		

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(Y, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8) (У спотв.)									
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,566005136	1							
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1						
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1					
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175	1				
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239	0,36039265	1			
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255	-0,140922936	0,304486	1		
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082	-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671	0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
	У спотв.	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

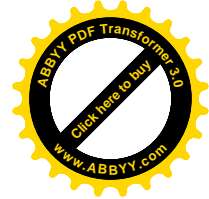


Кореляційна матриця факторних ознак		R							
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129	0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569	
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984	0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813	
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413	0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683	
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1	0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175	
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088	1	0,306225931	0,486201	0,364366	
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432	0,306225931	1	0,631377	0,527649	
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782	0,486201157	0,631376931	1	0,330486	
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753	0,364366275	0,527648579	0,330486	1	
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	





Частинні коефіцієнти кореляції		$r_{ij} = z_{ij} \sqrt{\lambda(z_{ii}^* z_{jj})}$							
	2	3	4	5	6	7	8		
1	-0,167097804	0,159208	0,1349616	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371		
-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167		
0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507		
0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628		
-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424		
0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127	-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961		
-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552	-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613		
-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285	-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1		
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8		



Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y зрівн.)

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,31835727	1							
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1						
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1					
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801	1				
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967	0,306225931	1			
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854	0,486201157	0,631377	1		
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279	0,364366275	0,527649	0,330486	1	
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865	0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X1		X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Y зрівн.

Корреляційна матриця істинної моделі R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, Yістн.)

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
Столбец 1	1									
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1								
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1							
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1						
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1					
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1				
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1			
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1		
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245	-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	Yістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену										
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
Столбец 1	1									
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1								
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1							
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1						
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1					
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1				
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1			
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
Указан.	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	



Мазур Олександр Олександрович



**Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних
технологій**

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

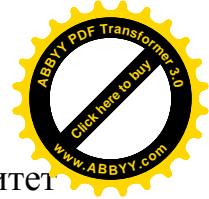
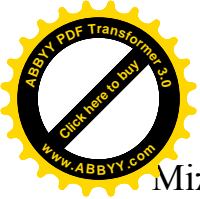
Модель ІН 91М – 5

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft®Office® Word 2003 О. О. Мазур.
Науковий керівник Р. М. Літнарівч, доцент, кандидат
технічних наук.**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027,м.Рівне,Україна
Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1
Телефон:(+00380) 362 23-73-09
Факс:(+00380) 362 23-01-86
E-mail:mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

Р. Ю. Мовчун

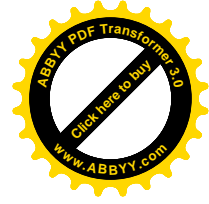
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-06



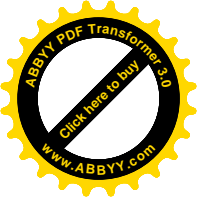
**Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарівч**

Рівне-2010



Руслан Юрійович Мовчун

Технічний фахівець в галузі прикладних наук і
техніки, інженер-програміст, магістрант
інформаційних технологій



Мовчун Руслан Юрійович

Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних технологій

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

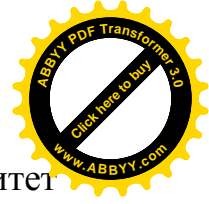
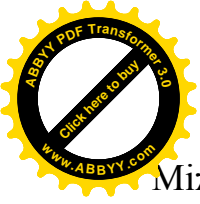
Модель ІН 91М – 06

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 Р. Ю. Мовчун.
Науковий керівник Р. М. Літнарівч, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

Р. Ю. Мовчун

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-6



Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Лігнарівч

Рівне-2010



519.87 Мовчун Р. Ю.. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ІН 91М – 6. МЕГУ, Рівне, 2010, -86 с.

Movchun R.Y . Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline by the method of statistical tests of Monte Karlo. Plural regressive analysis . Model of IN 91M - 6. IEGU, Rivne, 2010 -86 p.

Рецензент: С. В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор.

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

На основі результатів педагогічного експерименту побудована математична модель залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST (Y) і результатів анкетування студентів після здачі екзамену ($X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$) у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів А множинної регресії апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

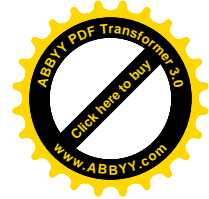
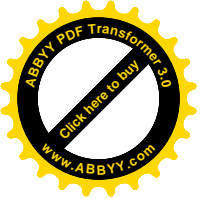
Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

On the basis of results of pedagogical experiment the mathematical model of dependence of quality of handing over is built to examination in the ball system on the scale of ECST (Y) and results of questionnaire of students after handing over to examination ($X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$) as multiple regression on the method of leastsquares.

Middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated in this work, the disfigured model is built, counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients And multiple regression of approximating mathematical model.

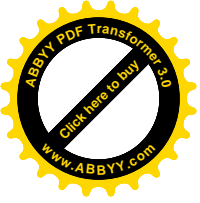
The estimation of exactness is done and summarizings are given conclusions. The method of statistical tests of Monte Karlo is applied enabled to conduct large-scale researches and collect large statistics.

For students and graduate students of pedagogical institutes of higher.



Зміст

Передмова	4
РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи	
1.1.Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	9
РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних	
2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних.....	16
2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	30
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження	
3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження.....	35
3.6.Контроль зрівноваження.....	37
3.7.Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	40
Висновки	58
Літературні джерела.....	60
Додатки.....	61



Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену «Y» у бальній системі по шкалі EST і відповідей студентів за результатами анкетування після здачі екзамену «X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8» [2,3] побудована математична модель і виконаний детальний аналіз у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (Y_i) і відповіді студентів, які отримали той чи інший бал (X_i).

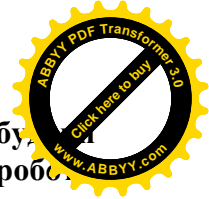
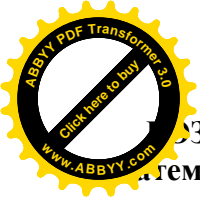
За цими даними була побудована математична модель у вигляді множинної регресії способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.



РЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

Нехай, Y – екзаменаційна оцінка студента (від 0 до 100 балів за шкалою EST – результуюча ознака).

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

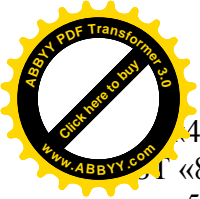
X1 – інтерес до вивчення дисципліни:

«0 балів» – інтерес до вивчення дисципліни відсутній; «В мене абсолютно відсутнє бажання вивчати дану дисципліну і оцінка на екзамені мене не цікавить».

«1 бал» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку на екзамені «50-59 балів» – E;

«2 бали» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку що відповідає шкалі EST D «60-75 балів»; «Пристойно, але зі значними недоліками»;

«3 бали» – «Мені потрібна оцінка C «76-79 балів» для того, щоб була четвірка у виписці до диплому»;



«4 бали» – інтерес до дисципліни високий, відповідає шкалі «80-89 балів» – «Дуже добре, вище середнього стандарту»; «5 балів» – підвищений інтерес; «Я бажаю внести свій внесок в дану дисципліну» – рівень творчості.

X2 – оцінка студентами роботи викладача: – відповідає традиційній екзаменаційній оцінці роботи студента «від 0 до 5 балів» з тією різницею, що оцінку роботи студента за семестр ставить викладач, а оцінку роботи викладача за семестр ставить студент.

X3 – складність вивчення дисципліни:

«0 балів» – ніякої складності у вивченні даної дисципліни немає;

«1 бал» – при вивченні даної дисципліни потрібні мінімальні затрати сил і часу;

«2 бали» – до вивчення дисципліни необхідно прикласти деякі зусилля і час;

«3 бали» – методика викладання дисципліни автоматично забезпечує добру оцінку на екзамені;

«4 бали» – до вивчення дисципліни потрібна значна концентрація зусиль і часу;

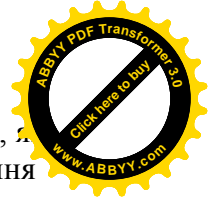
«5 балів» – максимальна концентрація зусиль і часу гарантує високу оцінку на екзамені.

X4 – елементи наукового пошуку:

«0 балів» – вся інформація при вивченні даної дисципліни добре представлена у рекомендованій літературі;

«1 бал» – необхідно вести конспект лекцій, в якому висвітлюються матеріали, яких не можна почерпнути із відомих літературних джерел;

«2 бали» – без конспекту лекцій неможливо проробляти практичні заняття;



«3 бали» – на практичних роботах вирішуються задачі, вимагають творчого підходу і максимального використання комп'ютерної техніки;

«4 бали» – максимальне використання теоретичного матеріалу лекційного курсу в поєднанні із максимальним використанням комп'ютерної техніки;

«5 балів» – написання власних монографій під керівництвом наукового керівника.

X5 – зв'язок зі спеціальністю:

«0 балів» – «Я не можу відмітити зв'язку зі спеціальністю;

«1 бал» – зв'язок зі спеціальністю незначний;

«2 бали» – зв'язок зі спеціальністю помірний;

«3 бали» – зв'язок зі спеціальністю добрий;

«4 бали» – зв'язок зі спеціальністю високий;

«5 балів» – зв'язок зі спеціальністю повний.

X6, X7 – степінь самостійності в написанні монографії:

«0 балів» – я не зміг завершити дослідження, щоб написати монографію;

«1 бал» – монографія не завершена;

«2 бали» – «Мені допомогли завершити роботу над монографією»;

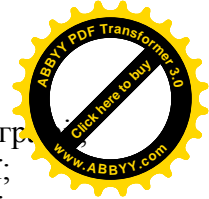
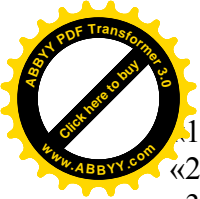
«3 бали» – «Я сам написав монографію при консультації і наявності допоміжних матеріалів»;

«4 бали» – «Необхідні розрахункові файли створені мною особисто»;

«5 балів» – «Монографія написана, набрана на комп'ютері і видана при моїй же власній авторській редакції».

X8 – оцінка студентами створеної наукової школи:

«0 балів» – наукова школа не відбулась, монографії не написані;

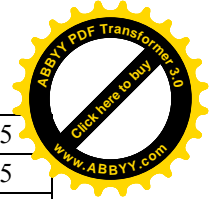
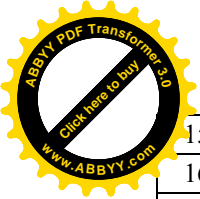


- «1 бал» – 10 відсотків студентів написали власні монографії;
- «2 бали» – 25 відсотків студентів написали монографії;
- «3 бали» – 50 відсотків студентів написали монографії;
- «4 бали» – 75 відсотків студентів написали монографії;
- «5 балів» – 85 відсотків студентів написали монографії.

Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

Таблиця 1.1. Зведена таблиця успішності по шкалі EST

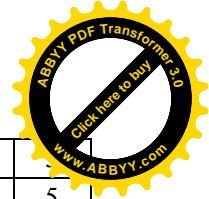
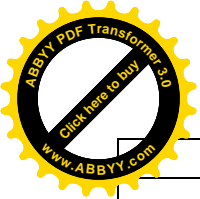
№п. п..	Екз. оц.	Інтерес вивчення дисципл.			Оцінка викладу		Трудність вивчення дисципліни		Елем. наук. пошуку		Зв'язок зі спец.		Оцінка моногр.1		Оцінка моногр.2		Оцінка Наук. школ.
		X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8							
1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5							
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5							
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5							
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5							
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5							
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5							
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5							
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4							
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5							
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5							



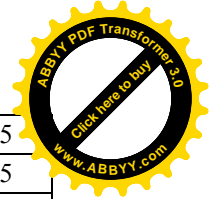
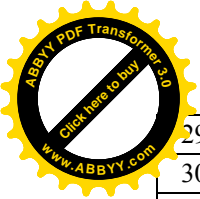
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
Σ	3547	38	182	189	148	178	183	183	172	187

1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту

Представимо матрицю X коефіцієнтів початкових рівнянь
Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].



1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5



29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5

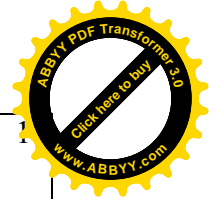
Приведемо описову статистику на 8 останніх стовпчиків матриці (значень X_1, X_2, \dots, X_8)

Відповіді студентів:

1. стовпчик – Інтерес до вивчення дисципліни (X_1);
2. стовпчик – Оцінка студентами роботи викладача (X_2);
3. стовпчик – Трудність вивчення дисципліни (X_3);
4. стовпчик – Елементи наукового пошуку (X_4)
5. стовпчик – Зв'язок зі спеціальністю (X_5);
6. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 1 (X_6);
7. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 2 (X_7);
8. стовпчик – Оцінка студентами роботи наукової школи в цілому (X_8).

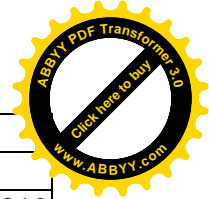
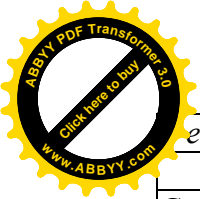
Таблиця 1.2. Описова статистика

Столбец1		Столбец2		Столбец3		Столбец4	
Среднее	4,789474	Среднее	4,973684211	Среднее	3,8947368	Среднее	4,6842105
Станд	0,0670	Станд	0,0263	Станд	0,1450	Станд	0,0852

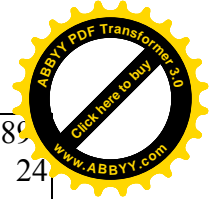
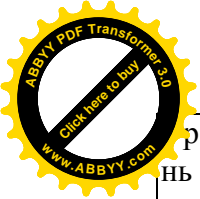


Датная ошибк а	23	артная ошибк а	15789	артная ошибк а	436	артная ошибк а	1
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	4	Медиа на	5
Мода	5	Мода	5	Мода	3	Мода	5
Станд артное откло нение	0,4131 55	Станд артное откло нение	0,1622 21421	Станд артное откло нение	0,8941 091	Станд артное откло нение	0,5253 191
Диспе рсия выбор ки	0,1706 97	Диспе рсия выбор ки	0,0263 15789	Диспе рсия выбор ки	0,7994 31	Диспе рсия выбор ки	0,2759 602
Эксце сс	0,1952 78	Эксце сс	38	Эксце сс	- 1,2813 299	Эксце сс	1,1260 723
Асим метри чность	- 1,4791 33	Асим метри чность	- 6,1644 14003	Асим метри чность	- 0,0245 445	Асим метри чность	- 1,4031 726
Интер вал	1	Интер вал	1	Интер вал	3	Интер вал	2
Мини мум	4	Мини мум	4	Мини мум	2	Мини мум	3
Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5
Сумма	182	Сумма	189	Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1358 01	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,0533 20854	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2938 863	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1726 681

Столб		Столб		Столб		Стол	
-------	--	-------	--	-------	--	------	--



εϰ5		εϰ6		εϰ7		βεϰ8	
Средн еε	4,8157 895	Средн еε	4,8157 89	Средн еε	4,5263 16	Средн еε	4,9210 53
Станда ртная ошибк а	0,0637 302	Станда ртная ошибк а	0,1352 27	Станд артная ошибк а	0,2222 89	Станд артна я ошибк а	0,0443 31
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	5	Меди ана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	5	Мода	5
Станда ртное отклон ение	0,3928 595	Станда ртное отклон ение	0,8335 94	Станд артно е откло нение	1,3702 8	Станд артно е откло нение	0,2732 76
Диспе рсия выбор ки	0,1543 385	Диспе рсия выбор ки	0,6948 79	Диспе рсия выбор ки	1,8776 67	Диспе рсия выбор ки	0,0746 8
Эксцес с	0,9256 09	Эксцес с	32,211 57	Эксце сс	8,1108 29	Эксце сс	9,0545 12
Асимм етричн ость	- 1,6969 6	Асимм етричн ость	- 5,5434 04	Асим метри чност ь	- 3,0518	Асим метри чност ь	- 3,2527 1
Интер вал	1	Интер вал	5	Интер вал	5	Интер вал	1
Мини мум	4	Мини мум	0	Мини мум	0	Мини мум	4
Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5
Сумма	183	Сумма	183	Сумм а	172	Сумм а	187
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38

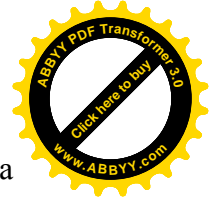
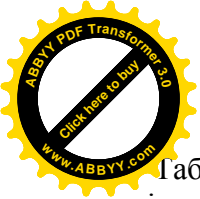


Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1291 297	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2739 96	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,4504	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,089 24
--	---------------	--	--------------	--	--------	--	-------------

Таблиця 1.3. Описова статистика результатів екзамену (оцінки по EST-вектор У)

<i>Столбец У</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	1,139162
Медиана	92,5
Мода	100
Стандартное отклонение	7,022267
Дисперсия выборки	49,31223
Экссесс	- 0,371058
Асимметричность	- 0,668396
Интервал	23
Минимум	77
Максимум	100
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	100
Наименьший(1)	77
Уровень надежности(95,0%)	2,308162

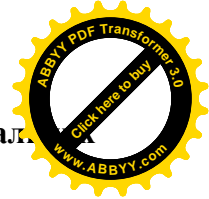
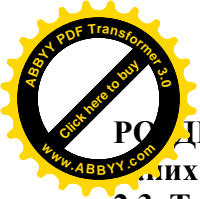
Забігаючи вперед, порівняємо статистику оцінок викладача (табл.1.3) з оцінками, виставленими студентам комп'ютером (табл.1.4)



Таблиця 1.4. Описова статистика результатів екзамену за оцінками комп'ютера

<i>У'Столбец1</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,674123
Медиана	94,44051
Мода	94,44051
Стандартное отклонение	4,155576
Дисперсия выборки	17,26881
Экссесс	4,152453
Асимметричность	-
Интервал	1,759888
Минимум	22,26522
Максимум	80,19449
Сумма	102,4597
Счет	3547
Наибольший(1)	38
Наименьший(1)	102,4597
Уровень надежности(95,0%)	80,19449
	1,365904

В подальшому приведемо теоретичні основи обробки експериментальних даних.

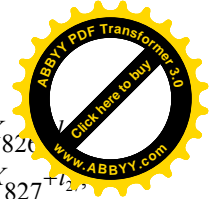
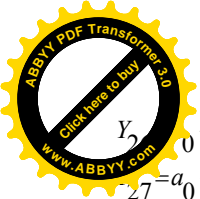


РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

Представимо n початкових рівнянь у вигляді [2]

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_0 + a_1 X_{11} + a_2 X_{21} + a_3 X_{31} + a_4 X_{41} + a_5 X_{51} + a_6 X_{61} + a_7 X_{71} + a_8 X_{81} + l_1, \\ Y_2 &= a_0 + a_1 X_{12} + a_2 X_{22} + a_3 X_{32} + a_4 X_{42} + a_5 X_{52} + a_6 X_{62} + a_7 X_{72} + a_8 X_{82} + l_2, \\ Y_3 &= a_0 + a_1 X_{13} + a_2 X_{23} + a_3 X_{33} + a_4 X_{43} + a_5 X_{53} + a_6 X_{63} + a_7 X_{73} + a_8 X_{83} + l_3, \\ Y_4 &= a_0 + a_1 X_{14} + a_2 X_{24} + a_3 X_{34} + a_4 X_{44} + a_5 X_{54} + a_6 X_{64} + a_7 X_{74} + a_8 X_{84} + l_4, \\ Y_5 &= a_0 + a_1 X_{15} + a_2 X_{25} + a_3 X_{35} + a_4 X_{45} + a_5 X_{55} + a_6 X_{65} + a_7 X_{75} + a_8 X_{85} + l_5, \\ Y_6 &= a_0 + a_1 X_{16} + a_2 X_{26} + a_3 X_{36} + a_4 X_{46} + a_5 X_{56} + a_6 X_{66} + a_7 X_{76} + a_8 X_{86} + l_6, \\ Y_7 &= a_0 + a_1 X_{17} + a_2 X_{27} + a_3 X_{37} + a_4 X_{47} + a_5 X_{57} + a_6 X_{67} + a_7 X_{77} + a_8 X_{87} + l_7, \\ Y_8 &= a_0 + a_1 X_{18} + a_2 X_{28} + a_3 X_{38} + a_4 X_{48} + a_5 X_{58} + a_6 X_{68} + a_7 X_{78} + a_8 X_{88} + l_8, \\ Y_9 &= a_0 + a_1 X_{19} + a_2 X_{29} + a_3 X_{39} + a_4 X_{49} + a_5 X_{59} + a_6 X_{69} + a_7 X_{79} + a_8 X_{89} + l_9, \quad (3.1) \\ Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{110} + a_2 X_{210} + a_3 X_{310} + a_4 X_{410} + a_5 X_{510} + a_6 X_{610} + a_7 X_{710} + a_8 X_{810} + l_{10}, \\ Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{111} + a_2 X_{211} + a_3 X_{311} + a_4 X_{411} + a_5 X_{511} + a_6 X_{611} + a_7 X_{711} + a_8 X_{811} + l_{11}, \\ Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{112} + a_2 X_{212} + a_3 X_{312} + a_4 X_{412} + a_5 X_{512} + a_6 X_{612} + a_7 X_{712} + a_8 X_{812} + l_{12}, \\ Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{113} + a_2 X_{213} + a_3 X_{313} + a_4 X_{413} + a_5 X_{513} + a_6 X_{613} + a_7 X_{713} + a_8 X_{813} + l_{13}, \\ Y_{14} &= a_0 + a_1 X_{114} + a_2 X_{214} + a_3 X_{314} + a_4 X_{414} + a_5 X_{514} + a_6 X_{614} + a_7 X_{714} + a_8 X_{814} + l_{14}, \\ Y_{15} &= a_0 + a_1 X_{115} + a_2 X_{215} + a_3 X_{315} + a_4 X_{415} + a_5 X_{515} + a_6 X_{615} + a_7 X_{715} + a_8 X_{815} + l_{15}, \\ Y_{16} &= a_0 + a_1 X_{116} + a_2 X_{216} + a_3 X_{316} + a_4 X_{416} + a_5 X_{516} + a_6 X_{616} + a_7 X_{716} + a_8 X_{816} + l_{16}, \\ Y_{17} &= a_0 + a_1 X_{117} + a_2 X_{217} + a_3 X_{317} + a_4 X_{417} + a_5 X_{517} + a_6 X_{617} + a_7 X_{717} + a_8 X_{817} + l_{17}, \\ Y_{18} &= a_0 + a_1 X_{118} + a_2 X_{218} + a_3 X_{318} + a_4 X_{418} + a_5 X_{518} + a_6 X_{618} + a_7 X_{718} + a_8 X_{818} + l_{18}, \\ Y_{19} &= a_0 + a_1 X_{119} + a_2 X_{219} + a_3 X_{319} + a_4 X_{419} + a_5 X_{519} + a_6 X_{619} + a_7 X_{719} + a_8 X_{819} + l_{19}, \\ Y_{20} &= a_0 + a_1 X_{120} + a_2 X_{220} + a_3 X_{320} + a_4 X_{420} + a_5 X_{520} + a_6 X_{620} + a_7 X_{720} + a_8 X_{820} + l_{20}, \\ Y_{21} &= a_0 + a_1 X_{121} + a_2 X_{221} + a_3 X_{321} + a_4 X_{421} + a_5 X_{521} + a_6 X_{621} + a_7 X_{721} + a_8 X_{821} + l_{21}, \\ Y_{22} &= a_0 + a_1 X_{122} + a_2 X_{222} + a_3 X_{322} + a_4 X_{422} + a_5 X_{522} + a_6 X_{622} + a_7 X_{722} + a_8 X_{822} + l_{22}, \\ Y_{23} &= a_0 + a_1 X_{123} + a_2 X_{223} + a_3 X_{323} + a_4 X_{423} + a_5 X_{523} + a_6 X_{623} + a_7 X_{723} + a_8 X_{823} + l_{23}, \\ Y_{24} &= a_0 + a_1 X_{124} + a_2 X_{224} + a_3 X_{324} + a_4 X_{424} + a_5 X_{524} + a_6 X_{624} + a_7 X_{724} + a_8 X_{824} + l_{24}, \\ Y_{25} &= a_0 + a_1 X_{125} + a_2 X_{225} + a_3 X_{325} + a_4 X_{425} + a_5 X_{525} + a_6 X_{625} + a_7 X_{725} + a_8 X_{825} + l_{25}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
Y_7 &= a_0 + a_1 X_{126} + a_2 X_{226} + a_3 X_{326} + a_4 X_{426} + a_5 X_{526} + a_6 X_{626} + a_7 X_{726} + a_8 X_{826} + l_{27}, \\
Y_{27} &= a_0 + a_1 X_{127} + a_2 X_{227} + a_3 X_{327} + a_4 X_{427} + a_5 X_{527} + a_6 X_{627} + a_7 X_{727} + a_8 X_{827} + l_{27}, \\
Y_{28} &= a_0 + a_1 X_{128} + a_2 X_{228} + a_3 X_{328} + a_4 X_{428} + a_5 X_{528} + a_6 X_{628} + a_7 X_{728} + a_8 X_{828} + l_{28}, \\
Y_{29} &= a_0 + a_1 X_{129} + a_2 X_{229} + a_3 X_{329} + a_4 X_{429} + a_5 X_{529} + a_6 X_{629} + a_7 X_{729} + a_8 X_{829} + l_{29}, \\
Y_{30} &= a_0 + a_1 X_{130} + a_2 X_{230} + a_3 X_{330} + a_4 X_{430} + a_5 X_{530} + a_6 X_{630} + a_7 X_{730} + a_8 X_{830} + l_{30}, \\
Y_{31} &= a_0 + a_1 X_{131} + a_2 X_{231} + a_3 X_{331} + a_4 X_{431} + a_5 X_{531} + a_6 X_{631} + a_7 X_{731} + a_8 X_{831} + l_{31}, \\
Y_{32} &= a_0 + a_1 X_{132} + a_2 X_{232} + a_3 X_{332} + a_4 X_{432} + a_5 X_{532} + a_6 X_{632} + a_7 X_{732} + a_8 X_{832} + l_{32}, \\
Y_{33} &= a_0 + a_1 X_{133} + a_2 X_{233} + a_3 X_{333} + a_4 X_{433} + a_5 X_{533} + a_6 X_{633} + a_7 X_{733} + a_8 X_{833} + l_{33}, \\
Y_{34} &= a_0 + a_1 X_{134} + a_2 X_{234} + a_3 X_{334} + a_4 X_{434} + a_5 X_{534} + a_6 X_{634} + a_7 X_{734} + a_8 X_{834} + l_{34}, \\
Y_{35} &= a_0 + a_1 X_{135} + a_2 X_{235} + a_3 X_{335} + a_4 X_{435} + a_5 X_{535} + a_6 X_{635} + a_7 X_{735} + a_8 X_{835} + l_{35}, \\
Y_{36} &= a_0 + a_1 X_{136} + a_2 X_{236} + a_3 X_{336} + a_4 X_{436} + a_5 X_{536} + a_6 X_{636} + a_7 X_{736} + a_8 X_{836} + l_{36}, \\
Y_{37} &= a_0 + a_1 X_{137} + a_2 X_{237} + a_3 X_{337} + a_4 X_{437} + a_5 X_{537} + a_6 X_{637} + a_7 X_{737} + a_8 X_{837} + l_{37}, \\
Y_{38} &= a_0 + a_1 X_{138} + a_2 X_{238} + a_3 X_{338} + a_4 X_{438} + a_5 X_{538} + a_6 X_{638} + a_7 X_{738} + a_8 X_{838} + l_{38}.
\end{aligned}$$

Або в матричній формі

$$Y = Xa + l, \tag{3.2}$$

де Y – вектор-стовпець екзаменаційних оцінок по 100-бальній шкалі EST

$$\dots\dots\dots(3.3)$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{pmatrix}$$

X – матриця експертних оцінок студентів проведеного анкетування після здачі екзамену



$$X = \begin{bmatrix} X_{00} & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{81} \\ X_{00} & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{82} \\ X_{00} & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{83} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{00} & X_{138} & X_{238} & X_{338} & \dots & X_{838} \end{bmatrix},$$

.....(3.4)

X_0 –

фіктивний фактор, всі значення якого дорівнюють одиниці.

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв’язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

Другим індексом позначений номер студента в загальному списку. Всього в експерименті приймало участь 38 студентів.

a – вектор-стовпець невідомих коефіцієнтів емпіричної формули



$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \alpha_8 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

l – вектор-стовпець відхилень фактичних даних від розрахункових

$$l = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ l_{38} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

Так як

$$l = Y - Xa, \dots\dots\dots (3.7)$$

то функціонал Q буде

$$Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8) = \sum_{i=1}^{38} l_i^2, \dots\dots\dots (3.8)$$

тобто



$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = l^T l = [Y - [X]a]^T [Y - [X]a] \dots\dots\dots(3.9)$$

або

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - Y^T [X]a - a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a ,$$

..(3.10)

i

... (3.11)

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - 2a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a .$$

Для функціонала $Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8)$ в точці екстремуму виконується умова

$$\frac{dQ}{da^T} = 0. \dots\dots\dots(5.3.12)$$

З цієї умови отримаємо

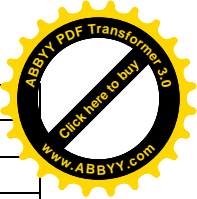
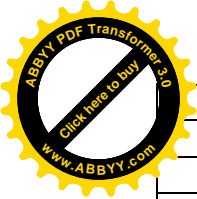
$$\frac{dQ}{da^T} = -2[X]^T Y + 2[X]^T [X]a \Rightarrow [X]^T [X]a = [X]^T Y. \dots\dots\dots(3.13)$$

Домножуючи зліва останнє матричне рівняння на матрицю обернену матриці

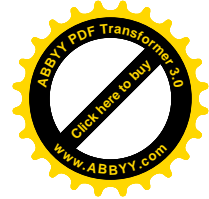
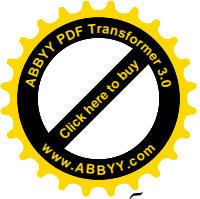
$[X]^T [X]$, отримаємо шуканий вектор a

$$a = \left[[X]^T [X] \right]^{-1} [X]^T Y, \dots\dots\dots(3.14)$$

де



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



$$N = [X]^T X, \quad (3.17)$$

або

$$N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{mi} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

І в нашому випадку, ми отримали

Таблиця 3.3. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

38	182	189	148	178	183	183	172	187
182	878	906	708	854	881	880	833	897
189	906	941	737	886	911	910	856	930
148	708	737	606	695	713	712	674	729
178	854	886	695	844	860	855	803	877
183	881	911	713	860	887	885	838	902
183	880	910	712	855	885	907	855	905
172	833	856	674	803	838	855	848	851
187	897	930	729	877	902	905	851	923

Вектор вільних членів розраховується за формулою

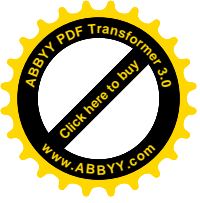


$$\ell = [X]^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} *$$

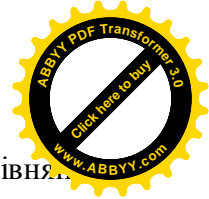
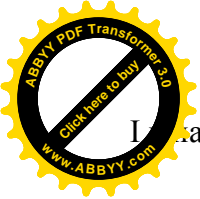
$$* \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{38} Y_i \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{2i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{3i} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{8i} \end{bmatrix}$$

(3.19)

При цьому вектор результуючих ознак



№п.п..	Екз.оц.
	У
1	100
2	90
3	90
4	100
5	89
6	89
7	95
8	100
9	90
10	89
11	100
12	80
13	89
14	90
15	100
16	90
17	100
18	100
19	77
20	77
21	100
22	100
23	90
24	100
25	100
26	100
27	100
28	100
29	100
30	85
31	90
32	90
33	86
34	86
35	100
36	90
37	95
38	100
Σ	3547



нашому випадку вектор вільних членів

Таблиця 3.4. Вектор вільних членів нормальних рівнянь

3547
17023
17646
13821
16593
17098
17158
16237
17470

Представимо формулу (3.14) у вигляді

$$a = [N]^{-1} * l, \tag{3.20}$$

де обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь має вигляд

$$N^{-1} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1}, \tag{3.21}$$

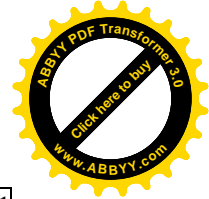
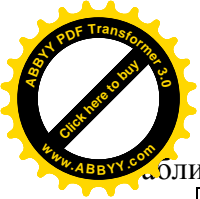
вектор вільних членів

$$\dots\dots\dots l = [X]^T Y.$$

Обернену матрицю знаходимо в MS Excel за формулою

$$=МОБР(A54:I62) \dots\dots\dots (3.23)$$

В нашому випадку матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знаходиться в діапазоні (A54:I62). Попередньо виділивши масив під обернену матрицю, натиском клавіш F2 , Ctrl +Shift + Enter , отримали



Таблиця 3.5. Обернена матриця $Q=N^{-1}$

37,60993079	0,17429873	-5,864444295	0,097911
0,17429873	0,399089485	-0,121236141	0,019524
-5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679
0,097910912	0,0195237	-0,046786832	0,037681
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

Продовження матриці $Q=N^{-1}$

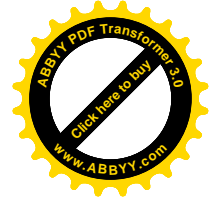
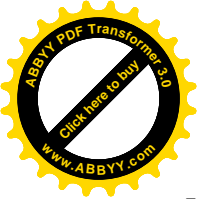
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Перемноживши обернену матрицю на вектор вільних членів, за формулою (5.3.20) отримали

Таблиця 3.6. Вектор шуканих коефіцієнтів.

$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$$

54,49228	a0
5,747557	a1
5,200595	a2
-0,07381	a3
-0,96701	a4
-6,97838	a5
0,037116	a6



2,585372	a7
2,43821	a8

Коефіцієнти емпіричної формули побудованої атематичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи розраховувались в MS Excel за формулою

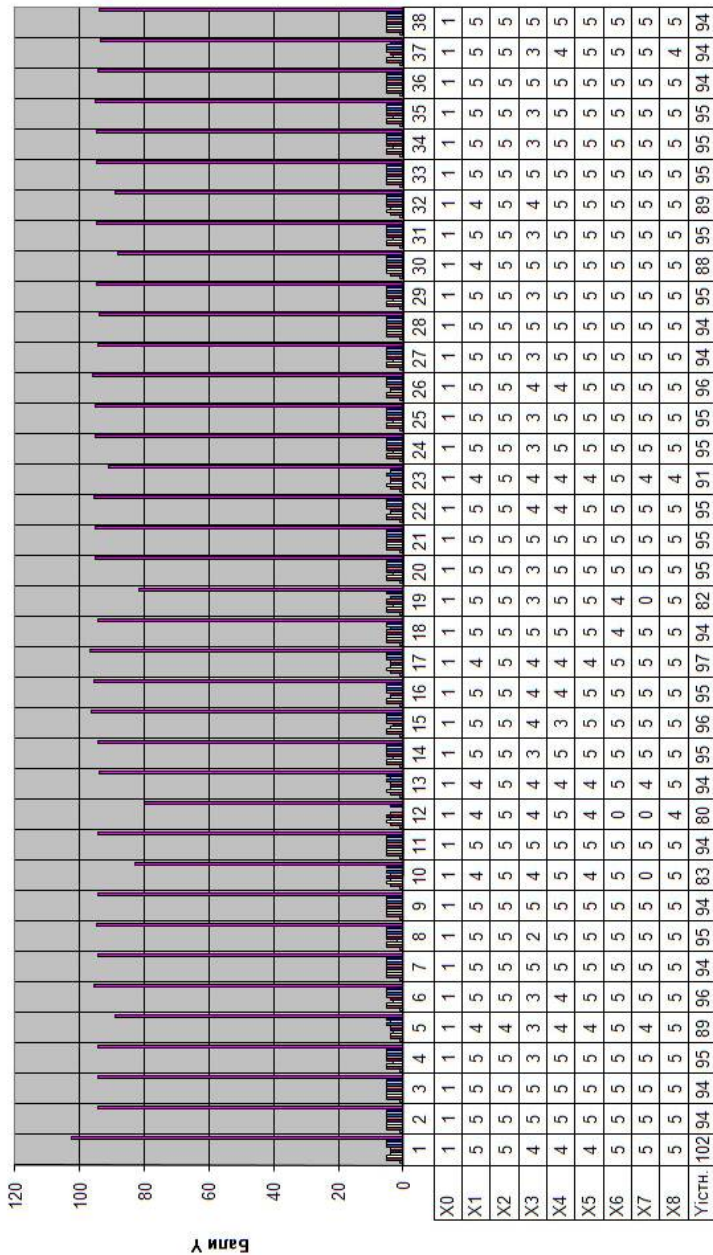
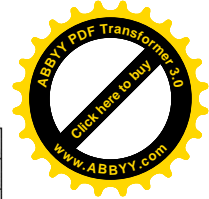
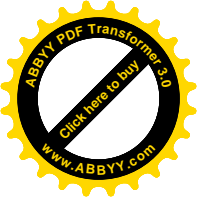
$$= \text{МУМНОЖ}(A66:I74;K54:K62). \quad (3.24)$$

При цьому обернена матриця знаходилась в діапазоні (A66:I54), а вектор вільних членів розміщувався в діапазоні (K54:K62). Попередньо виділивши масив під вектор коефіцієнтів математичної моделі, натиском клавіш F2, Ctrl + Shift + Enter, отримали вище приведені значення, на основі чого представляємо математичну модель базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи, яку приймаємо за істинну модель.

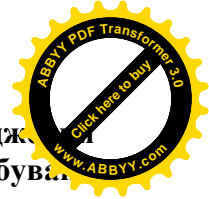
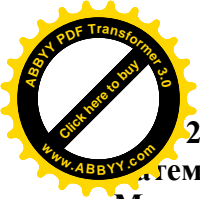
$$Y_{\text{існ.}}' = 54.49228X_0 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.07381X_3 - 0.96701X_4 - 6.97838X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.43821X_8. \quad (3.24)$$

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно побудувати спотворену математичну модель методом статистичних випробувань Монте Карло і зрівноважити її по способу найменших квадратів, виконавши повну оцінку точності зрівноважених елементів. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

На діаграмі 1 приведена істинна модель, в яку в подальшому вводилися істинні похибки, будувалася спотворена модель, зрівноважувалась по способу найменших квадратів, аналізувалась і досліджувалась, що і було предметом досліджень даної монографії.



Експертні оцінки X



2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань

Монте Карло

При проведенні досліджень прийємо середню квадратичну похибку оцінки відповіді студента викладачом в 0,5 балів за шкалою EST.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 .

Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олегом Олександровичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

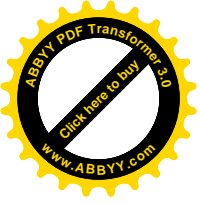
Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 38 псевдовипадкових чисел, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N \quad , \quad (4.1)$$

де N – номер варіанту (дві останні цифри математичної моделі).

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які прийємо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{ip} .



$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n},$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вчисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m_{\Delta'}} \dots \quad (4.5)$$

де C – необхідна нормована константа.

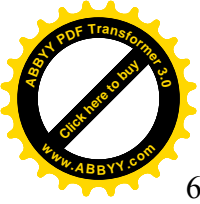
Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357,$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$



6. Заключним контролем служити розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

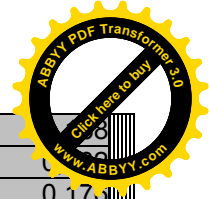
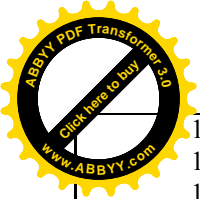
$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння

$$m_{\Delta} = C \quad (4.8)$$

Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

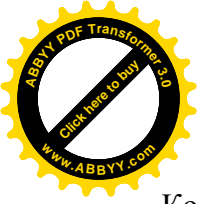
	$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = k * \Delta'_i$	Δ_i^2
2	0,0023	0,045	-0,042	0,002	-0,845	0,714
3	0,058	0,045	0,013	0,000	0,268	0,072
4	0,0391	0,045	-0,005	0,000	-0,110	0,012
5	0,0491	0,045	0,005	0,000	0,090	0,008
6	0,0725	0,045	0,028	0,001	0,558	0,311
7	0,0021	0,045	-0,042	0,002	-0,849	0,720
8	0,0709	0,045	0,026	0,001	0,526	0,276
9	0,0688	0,045	0,024	0,001	0,484	0,234
10	0,0764	0,045	0,032	0,001	0,636	0,404
11	0,0117	0,045	-0,033	0,001	-0,657	0,432
12	0,0765	0,045	0,032	0,001	0,638	0,407
13	0,0255	0,045	-0,019	0,000	-0,381	0,145



14	0,0651	0,045	0,021	0,000	0,410	0,178
15	0,0469	0,045	0,002	0,000	0,046	0,000
16	0,0236	0,045	-0,021	0,000	-0,419	0,178
17	0,0444	0,045	0,000	0,000	-0,004	0,000
18	0,0444	0,045	0,000	0,000	-0,004	0,000
19	0,0459	0,045	0,001	0,000	0,026	0,001
20	0,0511	0,045	0,007	0,000	0,130	0,017
21	0,0057	0,045	-0,039	0,002	-0,777	0,604
22	0,0007	0,045	-0,044	0,002	-0,877	0,769
23	0,0218	0,045	-0,023	0,001	-0,455	0,207
24	0,0728	0,045	0,028	0,001	0,564	0,318
25	0,0137	0,045	-0,031	0,001	-0,617	0,381
26	0,0789	0,045	0,034	0,001	0,686	0,470
27	0,079	0,045	0,034	0,001	0,688	0,473
28	0,0617	0,045	0,017	0,000	0,342	0,117
29	0,0012	0,045	-0,043	0,002	-0,867	0,751
30	0,056	0,045	0,011	0,000	0,228	0,052
31	0,0353	0,045	-0,009	0,000	-0,185	0,034
32	0,0395	0,045	-0,005	0,000	-0,102	0,010
33	0,042	0,045	-0,003	0,000	-0,052	0,003
34	0,0649	0,045	0,020	0,000	0,406	0,165
35	0,0082	0,045	-0,036	0,001	-0,727	0,528
36	0,0429	0,045	-0,002	0,000	-0,034	0,001
37	0,0683	0,045	0,024	0,001	0,474	0,225
38	0,0616	0,045	0,017	0,000	0,340	0,116
39	0,0657	0,045	0,021	0,000	0,422	0,178
40	1,694	1,694	0,000	0,024	0,000	9,500

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m\Delta i' = \sqrt{([\Delta i'^2/n])}$$
$$0,025025855$$



Коефіцієнт пропорційності

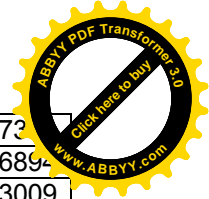
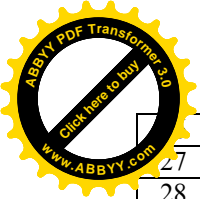
$$K = \frac{0,5}{0,025025855} = 19,979337..$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9,500}{38}} = 0,5 .$$

Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{сномв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	Екз.оцін.	$Y_{іст.} = X * A$		
2	100	102,4597125	-0,845	101,61490
3	90	94,44050746	0,268	94,70855
4	90	94,44050746	-0,110	94,33094
5	100	94,58812998	0,090	94,67835
6	89	89	0,558	89,55774
7	89	95,55514436	-0,849	94,70634
8	95	94,44050746	0,526	94,96628
9	100	94,66194123	0,484	95,14576
10	90	94,44050746	0,636	95,07617
11	89	82,81828264	-0,657	82,16128
12	100	94,44050746	0,638	95,07816
13	80	80,19449082	-0,381	79,81320
14	89	94,12678395	0,410	94,53668
15	90	94,58812998	0,046	94,63440
16	100	96,44834749	-0,419	96,02910
17	90	95,48133311	-0,004	95,47765
18	100	96,71215568	-0,004	96,70848
19	100	94,40339101	0,026	94,42968
20	77	81,62415487	0,130	81,75434
21	77	94,58812998	-0,777	93,81125
22	100	94,44050746	-0,877	93,56373
23	100	95,48133311	-0,455	95,02612
24	90	91,68857438	0,564	92,25231
25	100	94,58812998	-0,617	93,97108



	100	94,58812998	0,686	95,273
27	100	95,48133311	0,688	96,1689
28	100	94,58812998	0,342	94,93009
29	100	94,44050746	-0,867	93,57372
30	100	94,58812998	0,228	94,81621
31	85	88,69295063	-0,185	88,50746
32	90	94,58812998	-0,102	94,48655
33	90	88,76676189	-0,052	88,71513
34	86	94,44050746	0,406	94,84640
35	86	94,58812998	-0,727	93,86120
36	100	94,58812998	-0,034	94,55448
37	90	94,44050746	0,474	94,91433
38	95	93,11693479	0,340	93,45690
39	100	94,44050746	0,422	94,86239
Σ	3547	3547	0,000	3547,00000

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження

3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження

За формулою (3.19) отримаємо вектор вільних членів нормальних рівнянь

$$= \text{МУМНОЖ}(A46:AL54; AI2: Ai39) F2, \text{Ctrl+Shift+Enter} \quad (5.1)$$

$L' = X_T * Y_{\text{спт.}}$
3547
17022,74773



17645,44226
13822,07363
16593,43576
17098,35542
17159,74998
16240,0092
17469,47759

Вектор
вільних
членів

Вектор коефіцієнтів математичної моделі ,побудованої
в даній монографії, отримаємо за формулою

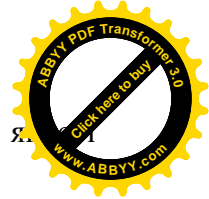
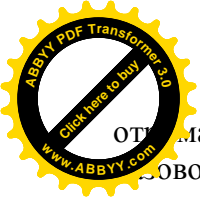
$$A' = QL', \quad (5.2)$$

І в нашому випадку

=МУМНОЖ(A68:I76;R68:R76) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.3)

A'=Q*L'	
59,567851	a0
5,671322	a1
4,321724	a2
-0,008014	a3
-0,821897	a4
-6,772055	a5
0,182351	a6
2,603479	a7
1,818377	a8
Вектор коефіцієнтів	
зрівноваженої моделі	

Таким чином, на основі проведених нами досліджень,



Отримана емпірична формула математичної моделі з...
 цю формулу в рамках наукової школи

$$Y_{\text{моделі}} = 59,567851X_0 + 5,671322X_1 + 4,321724X_2 - 0,008014X_3 - 0,821897X_4 - 6,772055X_5 + 0,182351X_6 + 2,603479X_7 + 1,818377X_8. \quad (5.4)$$

3.6. Контроль зрівноваження

Перший контроль виконання процедури зрівноваження виконується за формулою

$$L' = N * A' \quad (6.1)$$

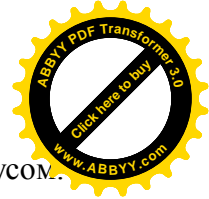
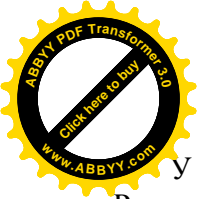
або для нашого розрахункового файла
 =МУМНОЖ(А57:І65;Т68:Т76)) F2, Ctrl+Shift+Enter (6.2)

І в нашому випадку

L'=N*A'
3547,000
17022,748
17645,442
13822,074
16593,436
17098,355
17159,750
16240,009
17469,478
Контроль І

Другий контроль процедури зрівноваження виконується за формулою

$$[YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] - a_5[YX_5] - a_6[YX_6] - a_7[YX_7] - a_8[YX_8] = [VV] \quad (6.3)$$



У формулі (6.3) символом [] позначені суми за Гаусом. Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою

$$=S40-МУМНОЖ(ТРАНСП(Т68:Т76);R68:R76) \quad (6.4)$$

В чарунку S40 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (Т68:Т76) знаходилися значення $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$, в діапазоні (R68:R76) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь.

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$|Y^T Y| - \ell K^T = |V^T V| \quad \dots \quad (6.5)$$

В нашому випадку отримали

$$\begin{aligned} |Y^T Y| - \ell K^T &= 8,1509267, \\ |V^T V| &= 8,1509267. \end{aligned}$$

Різниця між даними числами склала $\Delta=0,00000004$, що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Третім контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

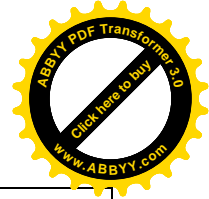
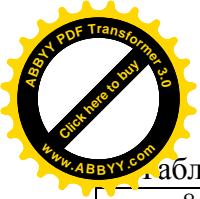
$$=ЛИНЕЙН(R2:R39;H2:P39;1;1) \quad F2, Ctrl+Shift+Enter. \quad (6.6)$$

Діапазоном (R2:R39) відмічені екзаменаційні оцінки $Y_{сп}$, діапазоном (H2:P39) відмічені результати експертних оцінок студентів.

В строчці (1) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (3.24) математичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи.

В другій строчці приведені середні квадратичні похибки (стандарти) даних коефіцієнтів.

Як видно із табл.6.1, лише для коефіцієнтів $a_8, a_7, a_5, a_4, a_2, a_1$ і a_0 середні квадратичні похибки менші самих коефіцієнтів.



Таблиця 6.1. Другий контроль процедури зрівноваження

a8	a7	a6	a5		
1,818376971	2,603478785	0,18235112	-6,77205549	=ai	A"трансп
0,413829502	0,094278517	0,15582164	0,393611859	стандарт S	ai=S√dii
0,987400516	0,530156993	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ
284,0851951	29	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
638,7745098	8,150926686	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
a8	a7	a6	a5		

Продовження таблиці 6.1.

a4	a3	a2	a1	a0
-0,821897	-0,008014	4,32172354	5,671322	59,567851
0,199218	0,102912	0,6088786	0,334919	3,2512904
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Розраховуючи зрівноважені значення \tilde{Y} , отримали

Таблиця 6.2.Зрівноважені значення Y'

Y'=X*A'	V=Y'-Yспт	VV
102,1462497	0,53135	0,28233
94,54428374	-0,16426	0,026982
94,54428374	0,21335	0,045517
94,56031116	-0,11804	0,013934
89,55773897	0,00000	1,93E-23
95,3822079	0,67587	0,4568
94,54428374	-0,42200	0,17808
94,56832486	-0,57743	0,333427
94,54428374	-0,53188	0,282899
82,63563692	0,47436	0,225016
94,54428374	-0,53388	0,285028
79,90550433	0,09230	0,00852
93,8714488	-0,66523	0,442527
94,56031116	-0,07409	0,005489
96,19609094	0,16699	0,027887
95,37419419	-0,10346	0,010704
96,47492758	-0,23355	0,054545
94,36193262	-0,06775	0,00459
81,36056611	-0,39377	0,155055

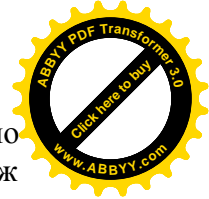
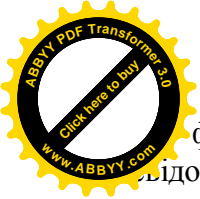


94,56031116	0,74906	0,561094
94,54428374	0,98055	0,961486
95,37419419	0,34807	0,121156
92,05307183	-0,19924	0,039695
94,56031116	0,58923	0,347189
94,56031116	-0,71343	0,508976
95,37419419	-0,79474	0,631617
94,56031116	-0,36978	0,136738
94,54428374	0,97056	0,941995
94,56031116	-0,25590	0,065484
88,87296164	0,36550	0,133593
94,56031116	0,07376	0,005441
88,88097535	0,16584	0,027504
94,54428374	-0,30212	0,091276
94,56031116	0,69911	0,48876
94,56031116	0,00583	3,4E-05
94,54428374	-0,37005	0,136937
93,56383093	0,10693	0,011434
94,54428374	-0,31810	0,10119
3547	-3,8E-10	8,150927

3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.1)$$



формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число відомих. В нашому випадку $n = 38$; $K = 9$. V - різниця між вирахованим значенням y' і вихідним значенням y_i

$$V_i = y'_i - y_i \quad \dots\dots \quad (7.2)$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.4) значення X початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень $Y_{icm.}$.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

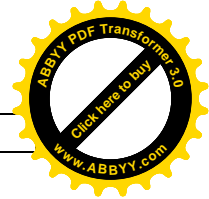
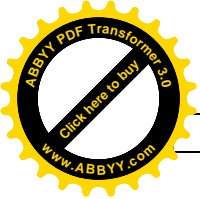
$$\mu = \sqrt{(6,464365/29)} = 0,530157.$$

Коваріаційна матриця $K=N^{-1}\mu^2$

10,57088926	0,048989523	-1,648298466	0,027519
0,048989523	0,11217066	-0,03407541	0,005487
-1,648298466	-0,03407541	0,370733155	-0,01315
0,027519471	0,005487457	-0,013150208	0,010591
0,027389522	0,009004888	-0,011201431	-0,00138
0,086398279	-0,0800451	-0,04013848	0,001065
0,030799521	0,004155638	-0,002552619	0,00223
0,009341256	-0,00371486	0,005238109	-0,0019
-0,699478711	-0,01991816	0,051444395	-0,00618
X0	X1	X2	X3

Продовження коваріаційної матриці $K=N^{-1}\mu^2$

0,0273895	0,086398279	0,030799521	0,009341	-0,69948
0,0090049	-0,080045099	0,004155638	-0,00371	-0,01992
-0,011201	-0,04013848	-0,002552619	0,005238	0,051444
-0,001384	0,001064622	0,00222963	-0,0019	-0,00618
0,0396878	-0,030053679	0,005917088	0,003707	-0,01948
-0,030054	0,154930295	-0,001001255	-0,01072	-0,01209
0,0059171	-0,001001255	0,024280383	-0,00758	-0,03093
0,0037067	-0,010722657	-0,007582669	0,008888	0,004141
-0,01948	-0,012093479	-0,030927012	0,004141	0,171255
X4	X5	X6	X7	X8



Кореляційна матриця факторних ознак R

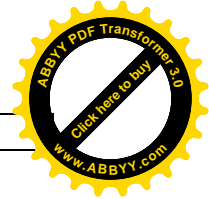
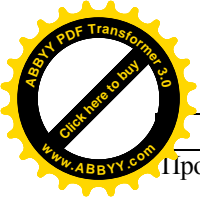
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця Z=1/R

	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132



Продовження матриці $Z=1/R$

	5	6	7	8
-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604	
-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221	
0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873	
-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813	
3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092	
-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744	
-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115	
-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603	
X5	X6	X7	X8	

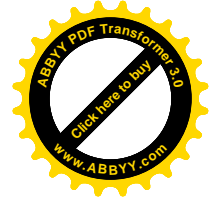
Частинні коефіцієнти кореляції $r_{ij} = z_{ij}/\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}$

	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці

$r_{ij} = z_{ij}/\sqrt{(z_{ii} * z_{jj})}$

-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
X5	X6	X7	X8

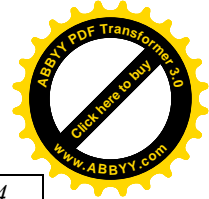
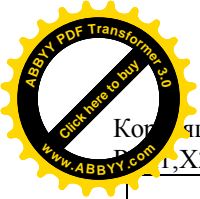


реляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

	<i>Столбец 1</i>	<i>Столбец 2</i>	<i>Столбец 3</i>	<i>Столбец 4</i>
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	0,035077255
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671
	Y _{спотв.}	X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

<i>Столбец 5</i>	<i>Столбец 6</i>	<i>Столбец 7</i>	<i>Столбец 8</i>	<i>Столбец 9</i>
1				
0,36039265	1			
-0,140922936	0,304486	1		
-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
X4	X5	X6	X7	X8



Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
($Y, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'$ зрівн.)

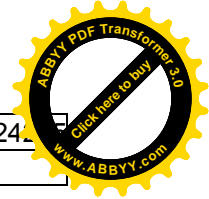
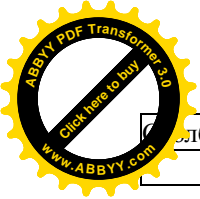
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,31835727	1		
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1	
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, Y'$ зрівн.)

	1			
0,306225931		1		
0,486201157	0,631377		1	
0,364366275	0,527649	0,330486		1
0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X5	X6	X7	X8	Y'зрівн.

Кореляційна матриця істинної моделі $R(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, Y_{істн.})$

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	1
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513



Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324
		X1	X2	X3

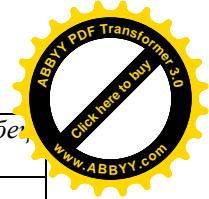
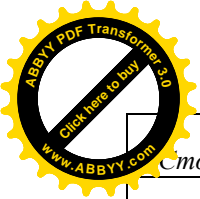
Продовження кореляційної матриці істинної моделі

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	0,036817127
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219
Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	0,048131095
	Үекзам.	X0	X1	X2

Продовження кореляційної матриці результатів екзамену



Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8

Оберненими вагами встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі будуть діагональні елементи оберненої матриці Q.

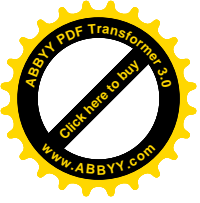
Середні квадратичні похибки коефіцієнтів розраховують за формулою

$$m_a = \mu \sqrt{Q_{I=J}}, \tag{7.3}$$

Таблиця 7.1. Обернені ваги встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі і їх середні квадратичні похибки

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma	
37,60993	6,1326936	3,25129	a0
0,399089	0,6317353	0,334919	a1
1,319023	1,14848736	0,608879	a2
0,037681	0,19411615	0,102912	a3
0,141204	0,37577152	0,199218	a4
0,551223	0,74244396	0,393612	a5
0,086387	0,29391603	0,155822	a6
0,031624	0,17783132	0,094279	a7
0,609304	0,78057916	0,41383	a8

Значимість коефіцієнтів встановлюється за формулою



$$t_a = a / m_a ,$$

(7.4)

І в нашому випадку отримаємо

t=a/ma	
18,3213	
16,93342	Інтерес
7,097841	Роб.викл.
0,077869	Трудність
4,125617	Наук.пош.
17,20491	Зв'яз.спец
1,170255	Моногр.1
27,61476	Моногр.2
4,394025	Наук.школ
Значимість	

t(0,05;30)=	2,042272
-------------	----------

Для коефіцієнтів регресії $a_0, a_1, a_2, a_4, a_5, a_7, a_8$ $t > t(0,05;30)$, тобто коефіцієнти регресії статистично значимі, а значить і сама математична модель адекватно описує якість засвоєння дисципліни.

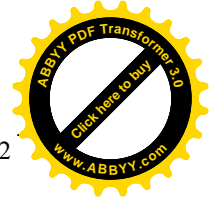
Коефіцієнти a_3, a_6 незначимі і їх можна виключити з розгляду.

Згідно таблиці 6.1 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,9885511$, тобто маємо дуже тісну кореляцію з моделлю.

За критерієм Фішера-Снедекора ми отримали

	F0,05;8;29	2,278251
F=	284,0852	F>Fтабл.

Оскільки $F > F(0.05;8;29)$, тобто $(284,085 > 2,278)$, то згідно критерію Фішера з надійністю $P=0,95$ математичну модель



$$\text{моделі}' = 59,567851X_0 + 5,671322X_1 + 4,321724X_2 - 0,008014X_3 - 0,821897X_4 - 6,772055X_5 + 0,182351X_6 + 2,603479X_7 + 1,818377X_8.$$

можна вважати адекватною експериментальним даним і на підставі прийнятої моделі можна проводити педагогічний аналіз.

Знайдемо значення оберненої ваги зрівноваженої функції $1/P_y'$ за Формулою

$$\frac{1}{P_\varphi} = \varphi Q \varphi^T \quad (7.5)$$

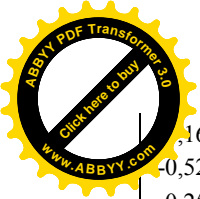
Для цього попередньо перемножимо матриці

$$Q' = XN^{-1}, \quad (7.6)$$

$$= \text{МУМНОЖ}(H2:P39;A68:I76) \text{ F2, Ctrl+Shift+Enter.} \quad (7.7)$$

Допоміжна матриця Q'

-0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
	-1,53E-							
5	14		-1 3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14
-0,3495	-0,0201	0,0736	-0,0302	-0,1015	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,3499	-0,0076	0,08054	-0,072	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,1387	-0,0198	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0015	0,0118	0,1610
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,3490	-0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,7332	-0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757



0,1658	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0000
-0,5278	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,0447	-0,1190	0,0500
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294

Обернену вагу $1/P_\phi$ знаходимо порядковим множенням $=\text{МУМНОЖ}(W2:AE2;A46:A54) F2, \text{Ctrl}+\text{Shift}+\text{Enter}$,

(7.8)

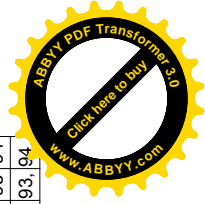
де першою строчкою (W2:AE2) буде перша строчка матриці Q', стовпчиком (A46:A54) ,буде перший стовпчик транспонованої матриці X^T .

Таблиця 7.2. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки

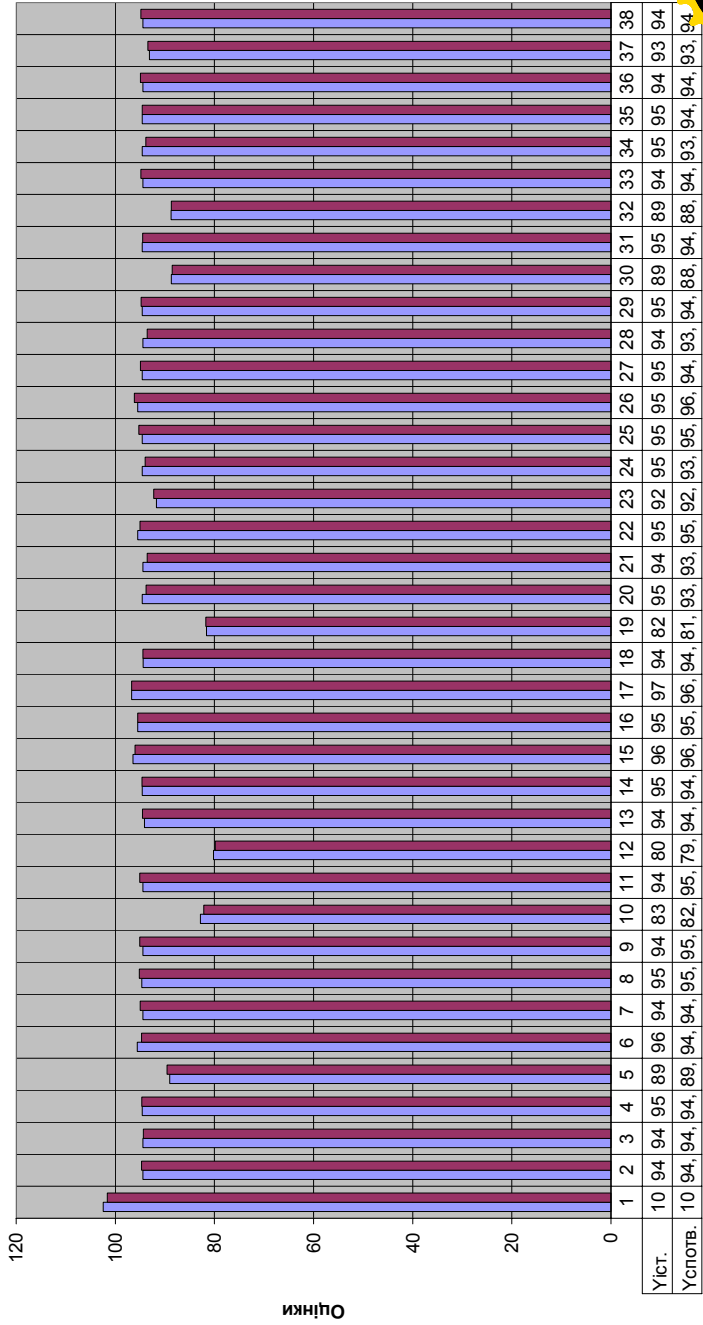
$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,37024
0,08594	0,293155	0,155418
0,08594	0,293155	0,155418
0,075925	0,275546	0,146082
1	1	0,530157
0,13783	0,371254	0,196823
0,487704	0,698358	0,37024



0,08594	0,293155	0,155418
0,183961	0,428907	0,227388
0,08594	0,293155	0,155418
0,62038	0,787642	0,417574
0,08594	0,293155	0,155418
0,945212	0,97222	0,515429
0,263131	0,512963	0,271951
0,075925	0,275546	0,146082
0,469169	0,684959	0,363136
0,115006	0,339126	0,17979
0,318474	0,564335	0,299186
0,148166	0,384923	0,20407
0,569883	0,754906	0,400219
0,075925	0,275546	0,146082
0,08594	0,293155	0,155418
0,115006	0,339126	0,17979
0,550332	0,741844	0,393294
0,075925	0,275546	0,146082
0,075925	0,275546	0,146082
0,115006	0,339126	0,17979
0,075925	0,275546	0,146082
0,08594	0,293155	0,155418
0,075925	0,275546	0,146082
0,383167	0,619005	0,32817
0,075925	0,275546	0,146082
0,379526	0,616057	0,326607
0,08594	0,293155	0,155418
0,075925	0,275546	0,146082
0,075925	0,275546	0,146082
0,08594	0,293155	0,155418
0,579391	0,761177	0,403543
0,08594	0,293155	0,155418



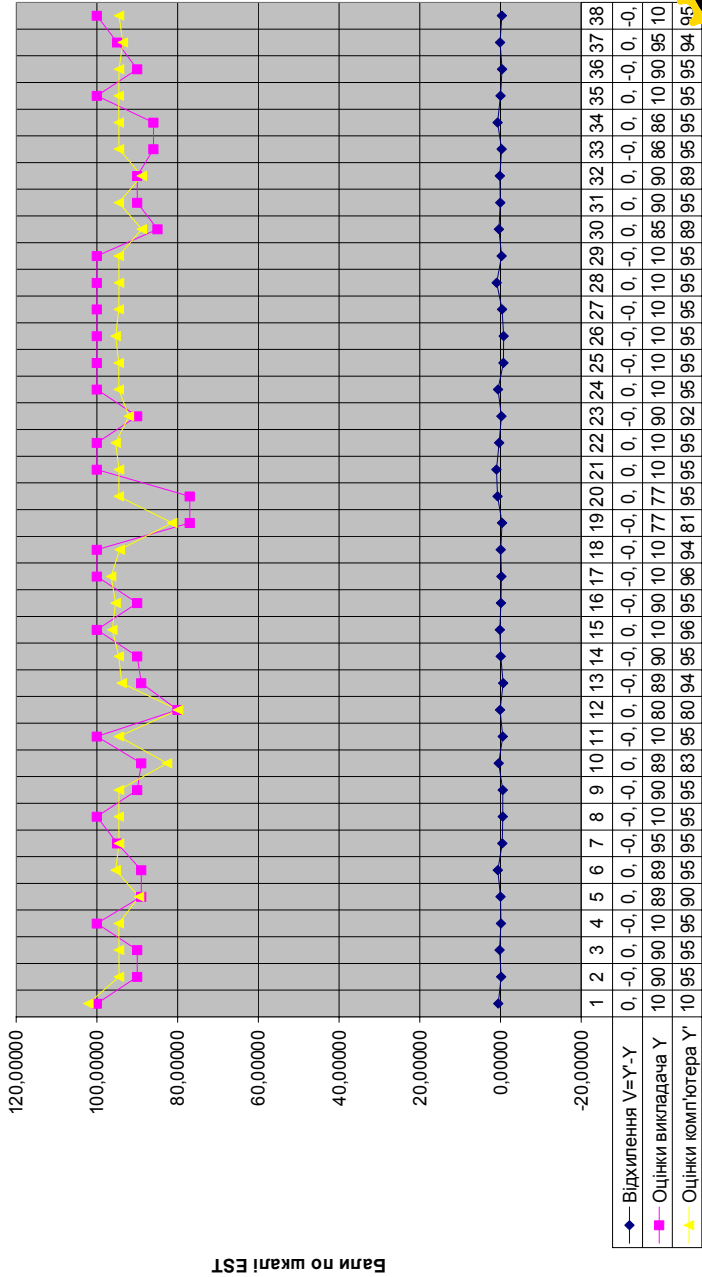
Істинна і слотворена моделі



Екзаменуємі

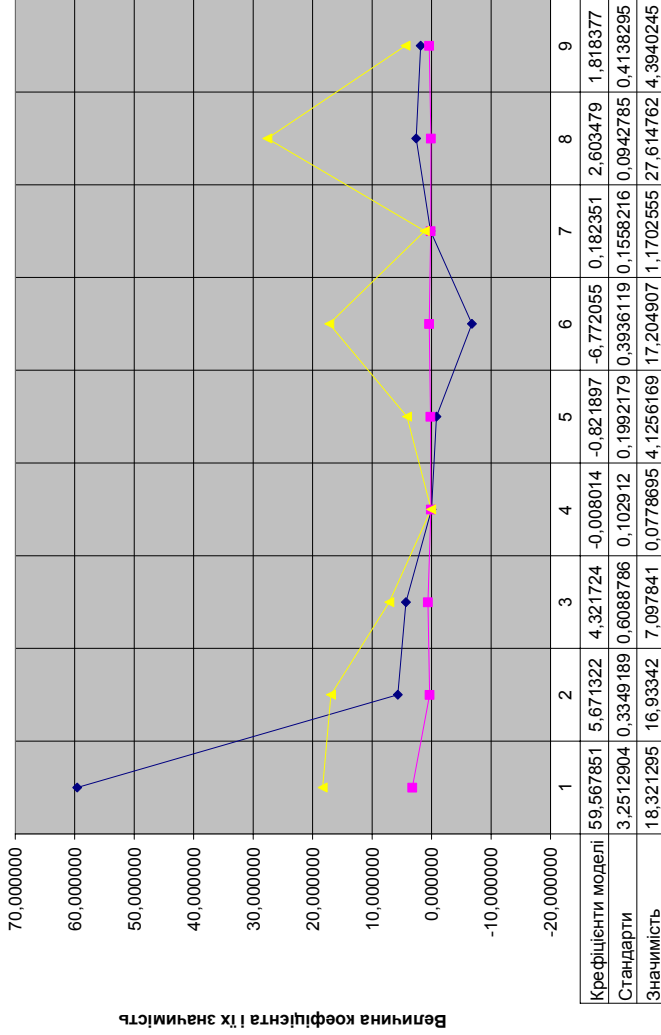
Оцінки

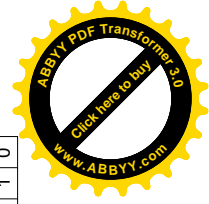
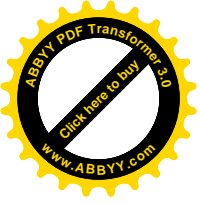
Екзаменаційні оцінки



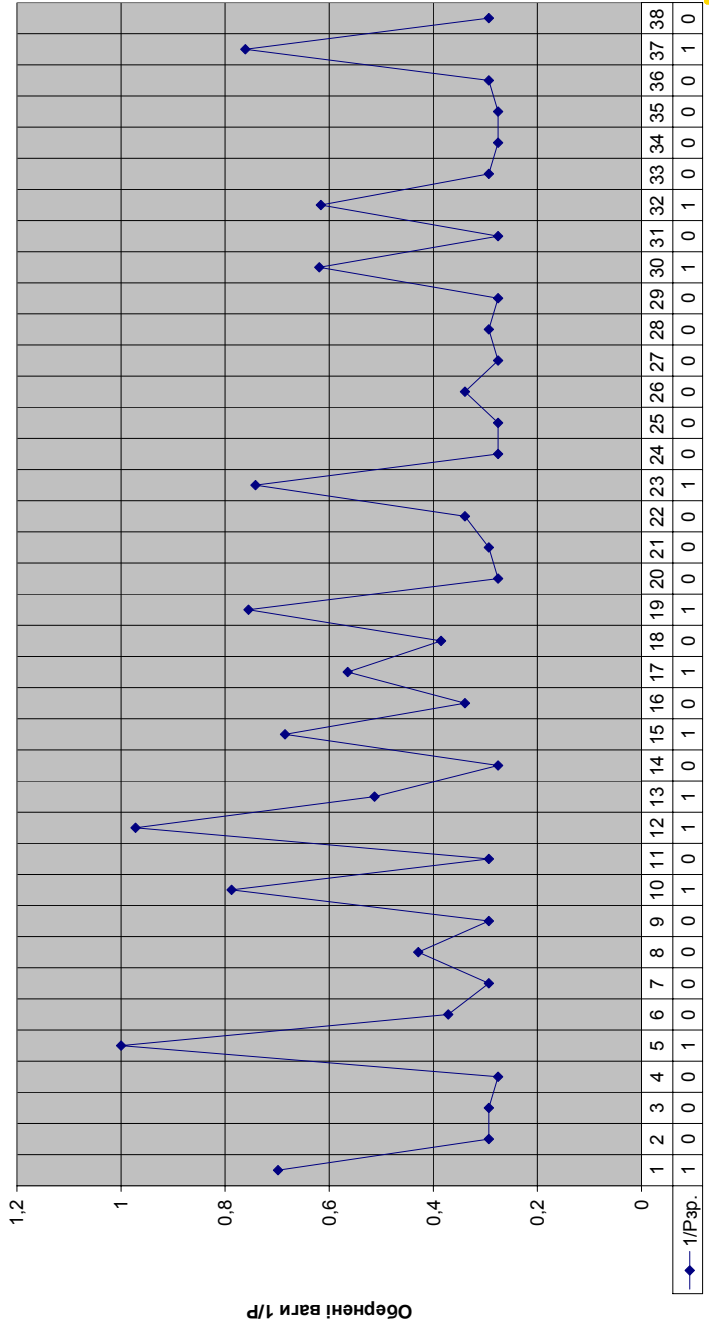
Порядковий номер студента

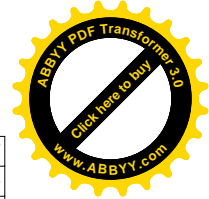
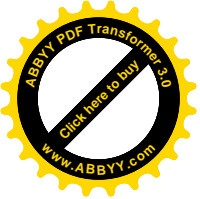
Коефіцієнти моделі і їх значимість



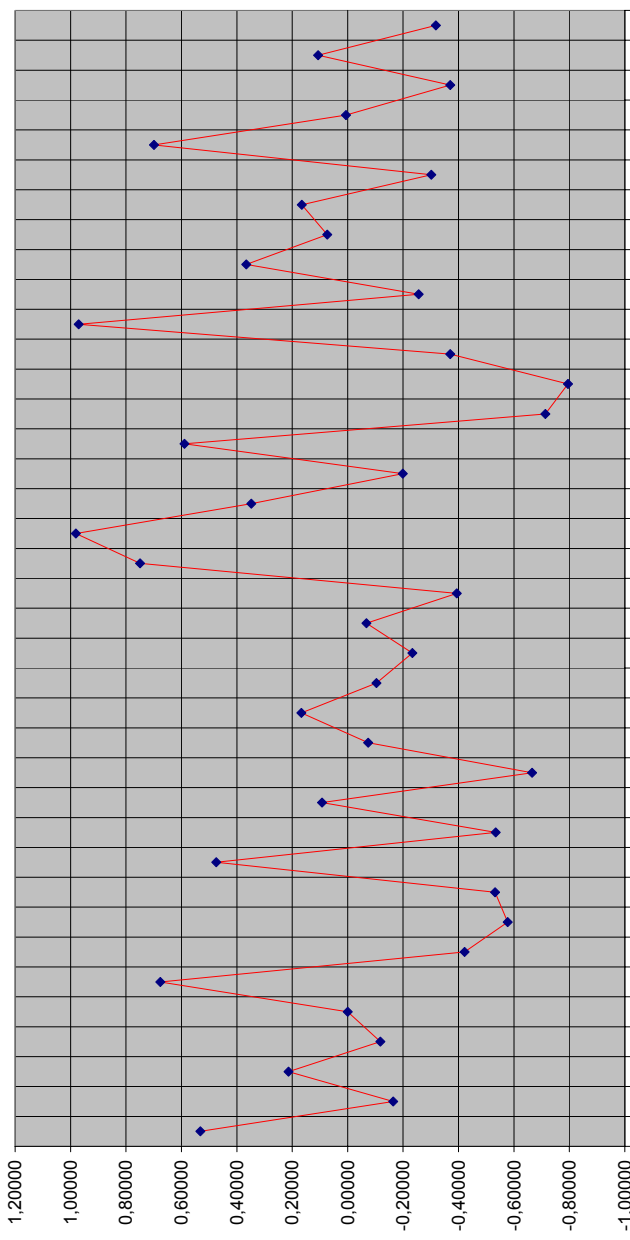


Обернені ваги





V=Y-Y

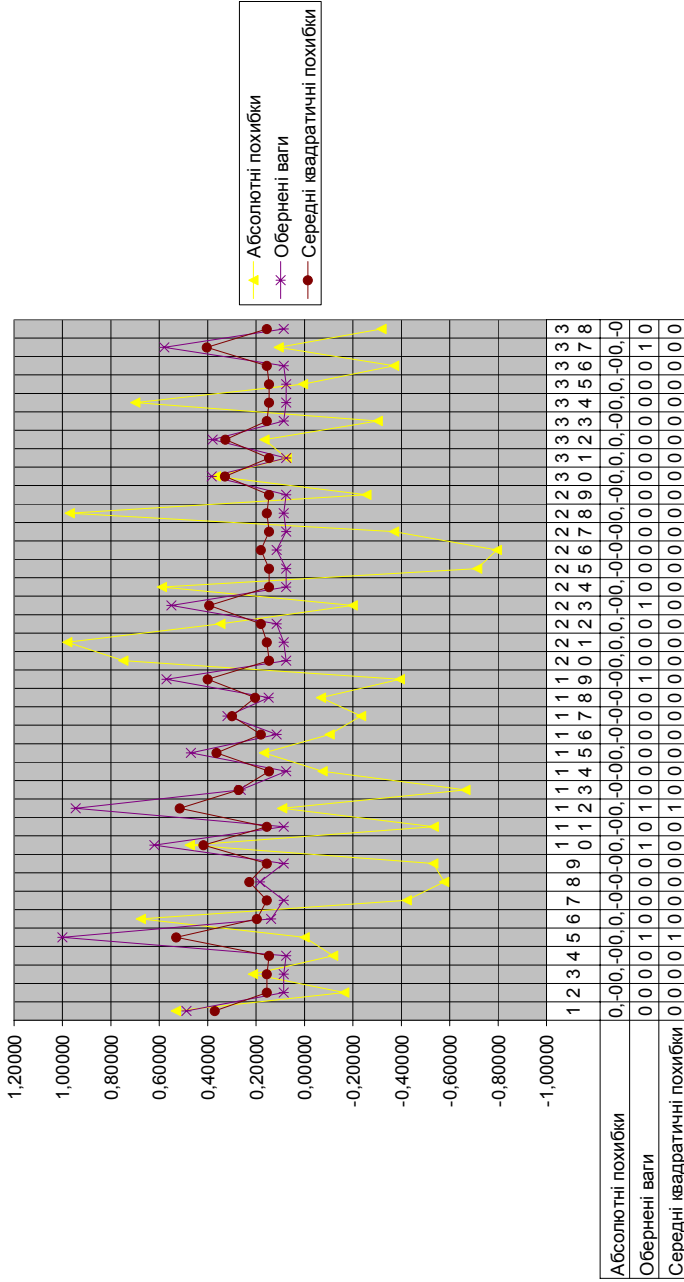


№ студента по списку

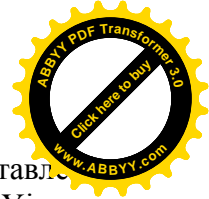
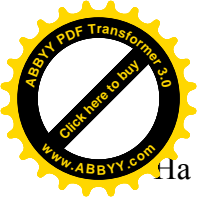
$\lambda \cdot \lambda = \lambda$



Порівняльний аналіз похибок



Бали по шкалі EST



На першій діаграмі «Істинна модель» (стор.29) представлені екзаменаційні оцінки істинної математичної моделі $Y_{істн.}$, розробленої Р.М.Літнарівичем і приведеної значеннями « Y ». Крім того, на діаграмі представлені експертні оцінки $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ факторної множинної регресії.

На другій діаграмі (с.52) приведені значення « $U_{істн.}$ » (лівий стовпчик) і « $U_{спотв.}$ » - оцінки спотвореної моделі (правий стовпчик), побудованої автором даної монографії.

На третій діаграмі проілюстровані оцінки викладача Y і комп'ютера Y' , а також їх відхилення V .

На четвертій діаграмі «Коефіцієнти моделі і їх значимість» дана графічна інтерпретація коефіцієнтів побудованої в даній монографії математичній моделі, їх стандартні похибки і статистична значимість коефіцієнтів.

На п'ятій діаграмі представлені обернені ваги зрівноваженої функції.

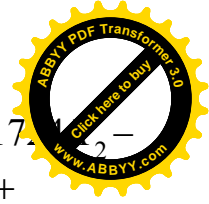
На шостій діаграмі проілюстровані абсолютні відхилення зрівноваженої моделі від істинної.

Сьома діаграма ілюструє порівняльний аналіз похибок зрівноваженої математичної моделі.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула



$$Y_{\text{моделі}}' = 59,567851X_0 + 5,671322X_1 + 4,32172X_2 - 0,008014X_3 - 0,821897X_4 - 6,772055X_5 + 0,182351X_6 + 2,603479X_7 + 1,818377X_8.$$

залежності екзаменаційних оцінок Y' і факторних ознак X_i .

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,530157$ бала.

Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

3,25129	ma0
0,334919	ma1
0,608879	ma2
0,102912	ma3
0,199218	ma4
0,393612	ma5
0,155822	ma6
0,094279	ma7
0,41383	ma8

Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

t=a/ma	
18,3213	
16,93342	Інтерес
7,097841	Роб.викл.
0,077869	Трудність
4,125617	Наук.пош.
17,20491	Зв'яз.спец
1,170255	Моногр.1
27,61476	Моногр.2
4,394025	Наук.школ

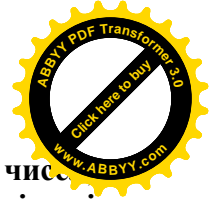
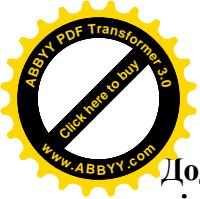
6. Встановлені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{φ} .



7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в педагогіці .

Літературні джерела

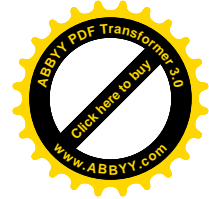
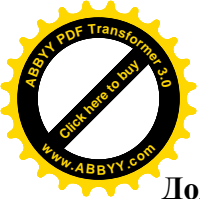
1. Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МЕГУ, Рівне,- 383 с.
3. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МЕГУ, Рівне, 2009, -32с.
4. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, -17с.
5. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
6. Літнарівич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.
- 7.Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна Психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник -К.: МАУП, 2004, -128 с.
8. Якимчук А.Й.Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло.Множинний регресійний аналіз.Модель ДА-50.МЕГУ,Рівне,2009,-72с.



Додатки

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел і підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

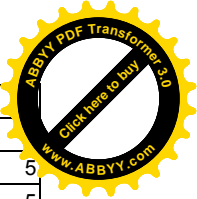
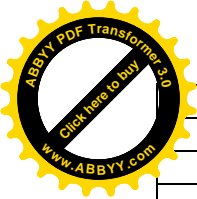
№	$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	$\Delta i'^2$	$\Delta i = k * \Delta'_i$	Δ_i^2
2	0,0023	0,045	-0,042	0,002	-0,845	0,714
3	0,058	0,045	0,013	0,000	0,268	0,072
4	0,0391	0,045	-0,005	0,000	-0,110	0,012
5	0,0491	0,045	0,005	0,000	0,090	0,008
6	0,0725	0,045	0,028	0,001	0,558	0,311
7	0,0021	0,045	-0,042	0,002	-0,849	0,720
8	0,0709	0,045	0,026	0,001	0,526	0,276
9	0,0688	0,045	0,024	0,001	0,484	0,234
10	0,0764	0,045	0,032	0,001	0,636	0,404
11	0,0117	0,045	-0,033	0,001	-0,657	0,432
12	0,0765	0,045	0,032	0,001	0,638	0,407
13	0,0255	0,045	-0,019	0,000	-0,381	0,145
14	0,0651	0,045	0,021	0,000	0,410	0,168
15	0,0469	0,045	0,002	0,000	0,046	0,002
16	0,0236	0,045	-0,021	0,000	-0,419	0,176
17	0,0444	0,045	0,000	0,000	-0,004	0,000
18	0,0444	0,045	0,000	0,000	-0,004	0,000
19	0,0459	0,045	0,001	0,000	0,026	0,001
20	0,0511	0,045	0,007	0,000	0,130	0,017
21	0,0057	0,045	-0,039	0,002	-0,777	0,604
22	0,0007	0,045	-0,044	0,002	-0,877	0,769
23	0,0218	0,045	-0,023	0,001	-0,455	0,207
24	0,0728	0,045	0,028	0,001	0,564	0,318
25	0,0137	0,045	-0,031	0,001	-0,617	0,381
26	0,0789	0,045	0,034	0,001	0,686	0,470
27	0,079	0,045	0,034	0,001	0,688	0,473
28	0,0617	0,045	0,017	0,000	0,342	0,117
29	0,0012	0,045	-0,043	0,002	-0,867	0,751
30	0,056	0,045	0,011	0,000	0,228	0,052
31	0,0353	0,045	-0,009	0,000	-0,185	0,034
32	0,0395	0,045	-0,005	0,000	-0,102	0,010
33	0,042	0,045	-0,003	0,000	-0,052	0,003
34	0,0649	0,045	0,020	0,000	0,406	0,165
35	0,0082	0,045	-0,036	0,001	-0,727	0,528
36	0,0429	0,045	-0,002	0,000	-0,034	0,001
37	0,0683	0,045	0,024	0,001	0,474	0,225
38	0,0616	0,045	0,017	0,000	0,340	0,116
39	0,0657	0,045	0,021	0,000	0,422	0,178
40	$\sum 1,694$	1,694	0,000	0,024	0,000	9,500
40	A	B	C	D	E	F



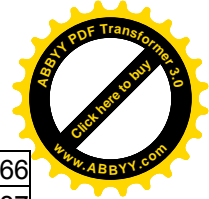
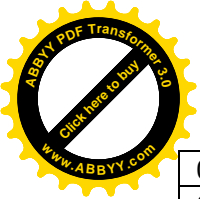
Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

№	G	E	$\Delta i = k * \Delta_i$	R
1	$Y_{\text{іст.}} = X * A$			$Y_{\text{сп.}} = Y_{\text{іст.}} + \Delta i$
2	102,4597125		-0,845	101,61490
3	94,44050746		0,268	94,70855
4	94,44050746		-0,110	94,33094
5	94,58812998		0,090	94,67835
6	89		0,558	89,55774
7	95,55514436		-0,849	94,70634
8	94,44050746		0,526	94,96628
9	94,66194123		0,484	95,14576
10	94,44050746		0,636	95,07617
11	82,81828264		-0,657	82,16128
12	94,44050746		0,638	95,07816
13	80,19449082		-0,381	79,81320
14	94,12678395		0,410	94,53668
15	94,58812998		0,046	94,63440
16	96,44834749		-0,419	96,02910
17	95,48133311		-0,004	95,47765
18	96,71215568		-0,004	96,70848
19	94,40339101		0,026	94,42968
20	81,62415487		0,130	81,75434
21	94,58812998		-0,777	93,81125
22	94,44050746		-0,877	93,56373
23	95,48133311		-0,455	95,02612
24	91,68857438		0,564	92,25231
25	94,58812998		-0,617	93,97108
26	94,58812998		0,686	95,27374
27	95,48133311		0,688	96,16894
28	94,58812998		0,342	94,93009
29	94,44050746		-0,867	93,57372
30	94,58812998		0,228	94,81621
31	88,69295063		-0,185	88,50746
32	94,58812998		-0,102	94,48655
33	88,76676189		-0,052	88,71513
34	94,44050746		0,406	94,84640
35	94,58812998		-0,727	93,86120
36	94,58812998		-0,034	94,55448
37	94,44050746		0,474	94,91433
38	93,11693479		0,340	93,45690
39	94,44050746		0,422	94,86239
40	3547		0,000	3547,00000

Додаток 3. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь



1	1	5	5	4	4	4	5	5	
2	1	5	5	5	5	5	5	5	
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



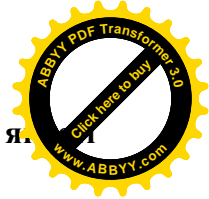
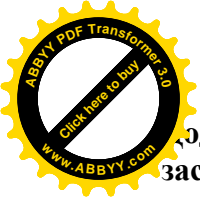
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Додаток 7. Вектор вільних членів

$L' = X_T * Y_{спт.}$
3547
17022,74773
17645,44226
13822,07363
16593,43576
17098,35542
17159,74998
16240,0092
17469,47759

Додаток 8. Коефіцієнти математичної моделі

$A' = Q * L'$	
59,567851	a0
5,671322	a1
4,321724	a2
-0,008014	a3
-0,821897	a4
-6,772055	a5
0,182351	a6
2,603479	a7
1,818377	a8



Додаток 9. Нами отримана емпірична формула я.
засвоєння навчального матеріалу

$$Y_{\text{моделі}}' = 59,567851X_0 + 5,671322X_1 + 4,321724X_2 - 0,008014X_3 - 0,821897X_4 - 6,772055X_5 + 0,182351X_6 + 2,603479X_7 + 1,818377X_8.$$

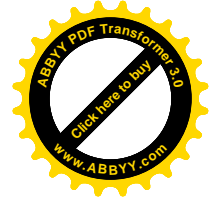
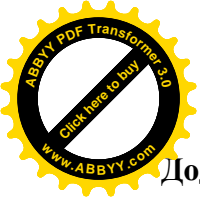
Додаток 10. Контроль зрівноваження

L'=N*A'
3547,000
17022,748
17645,442
13822,074
16593,436
17098,355
17159,750
16240,009
17469,478

	[YY]-L'A'™=	8,1509267
Контроль2	[VV]=	8,1509267

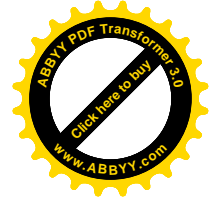
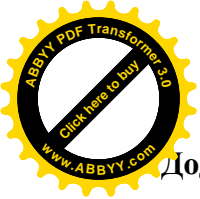


ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ МНОЖИНОЇ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ									
Рівняння									
F=									
a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	
1,818376971	2,803478785	0,18235112	-6,77205549	-0,821897	-0,008014	4,32172354	5,671322	59,567851	=a1
0,413829502	0,094278517	0,15582164	0,393611859	0,199218	0,102912	0,6088786	0,334919	3,2512904	стандарт. S _{ai} =S _{dii}
0,987400516	0,530158893	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R ²
284,0851951	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Факторий n-m-1
638,7745098	8,150928686	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[(Y _i -c ₀) ² /V _i]

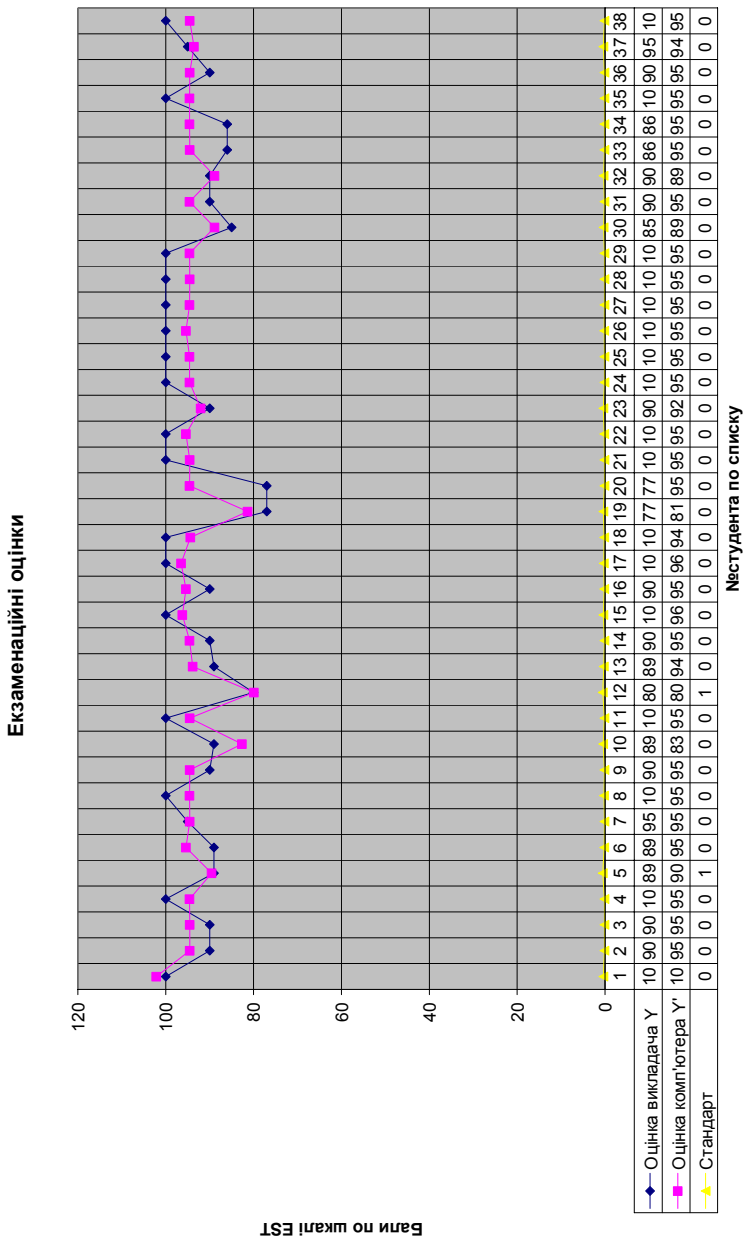


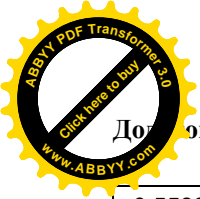
Додаток 11. Результати зрівноваження

$Y'=X*A'$	$V=Y'-Y_{СПТ}$	VV
102,1462497	0,53135	0,28233
94,54428374	-0,16426	0,026982
94,54428374	0,21335	0,045517
94,56031116	-0,11804	0,013934
89,55773897	0,00000	1,93E-23
95,3822079	0,67587	0,4568
94,54428374	-0,42200	0,17808
94,56832486	-0,57743	0,333427
94,54428374	-0,53188	0,282899
82,63563692	0,47436	0,225016
94,54428374	-0,53388	0,285028
79,90550433	0,09230	0,00852
93,8714488	-0,66523	0,442527
94,56031116	-0,07409	0,005489
96,19609094	0,16699	0,027887
95,37419419	-0,10346	0,010704
96,47492758	-0,23355	0,054545
94,36193262	-0,06775	0,00459
81,36056611	-0,39377	0,155055
94,56031116	0,74906	0,561094
94,54428374	0,98055	0,961486
95,37419419	0,34807	0,121156
92,05307183	-0,19924	0,039695
94,56031116	0,58923	0,347189
94,56031116	-0,71343	0,508976
95,37419419	-0,79474	0,631617
94,56031116	-0,36978	0,136738
94,54428374	0,97056	0,941995
94,56031116	-0,25590	0,065484
88,87296164	0,36550	0,133593
94,56031116	0,07376	0,005441
88,88097535	0,16584	0,027504
94,54428374	-0,30212	0,091276
94,56031116	0,69911	0,48876
94,56031116	0,00583	3,4E-05
94,54428374	-0,37005	0,136937
93,56383093	0,10693	0,011434
94,54428374	-0,31810	0,10119
3547	-3,8E-10	8,150927



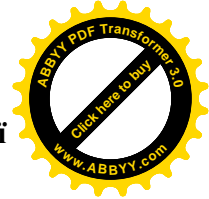
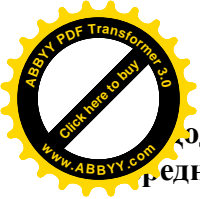
Додаток 12. Істинні і абсолютні похибки моделі





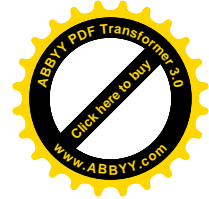
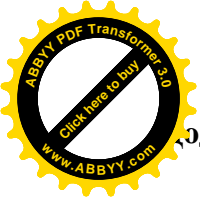
Додаток 13. Допоміжна матриця $Q'=XN'$

0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
0,056240	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,056240	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
	-1,53E-							1,24E-
5	14	-13,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15		14
0,34951	0,0201	0,0736	-0,0302	-0,10150	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,34997	-0,007	0,0805	-0,0728	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,13873	0,0198	0,0202	-0,004	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
0,76653	0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0011	0,0118	0,1610
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,34905	0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
0,73329	0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757
0,16582	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
0,52782	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,04471	-0,1190	0,0509
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2305	0,3481	0,0614	0,0206	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0414
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,3284	0,3676	0,1082	-0,0170	0,0026	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,0562	0,0509	0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
2,1391	0,0507	0,1094	-0,0082	-0,0322	0,1285	0,0851	-0,0158	0,5254
0,0562	0,0509	0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294



Додаток 14. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки

$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,37024
0,08594	0,293155	0,155418
0,08594	0,293155	0,155418
0,075925	0,275546	0,146082
1	1	0,530157
0,13783	0,371254	0,196823
0,08594	0,293155	0,155418
0,183961	0,428907	0,227388
0,08594	0,293155	0,155418
0,62038	0,787642	0,417574
0,08594	0,293155	0,155418
0,945212	0,97222	0,515429
0,263131	0,512963	0,271951
0,075925	0,275546	0,146082
0,469169	0,684959	0,363136
0,115006	0,339126	0,17979
0,318474	0,564335	0,299186
0,148166	0,384923	0,20407
0,569883	0,754906	0,400219
0,075925	0,275546	0,146082
0,08594	0,293155	0,155418
0,115006	0,339126	0,17979
0,550332	0,741844	0,393294
0,075925	0,275546	0,146082
0,075925	0,275546	0,146082
0,115006	0,339126	0,17979
0,075925	0,275546	0,146082
0,08594	0,293155	0,155418
0,075925	0,275546	0,146082
0,383167	0,619005	0,32817
0,075925	0,275546	0,146082
0,379526	0,616057	0,326607
0,08594	0,293155	0,155418
0,075925	0,275546	0,146082
0,075925	0,275546	0,146082
0,08594	0,293155	0,155418
0,579391	0,761177	0,403543
0,08594	0,293155	0,155418



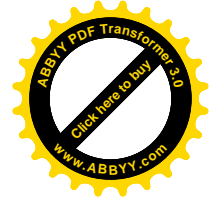
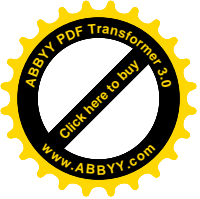
Додаток 15. Оцінка точності коефіцієнтів моделі

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
37,60993	6,1326936	3,25129
0,399089	0,6317353	0,334919
1,319023	1,14848736	0,608879
0,037681	0,19411615	0,102912
0,141204	0,37577152	0,199218
0,551223	0,74244396	0,393612
0,086387	0,29391603	0,155822
0,031624	0,17783132	0,094279
0,609304	0,78057916	0,41383

Додаток 16. Статистична значущість коефіцієнтів моделі

t=a/ma	
18,3213	
16,93342	Інтерес
7,097841	Роб.викл.
0,077869	Трудність
4,125617	Наук.пош.
17,20491	Зв'яз.спец
1,170255	Моногр.1
27,61476	Моногр.2
4,394025	Наук.шкoл

Додаток 17. Статистичні характеристики коефіцієнтів моделі



<i>Столбец1</i>	<i>Y'</i>
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056
Мода	94,46056
Стандартное отклонение	3,935271
Дисперсия выборки	15,48636
Эксцесс	4,247301
Асимметричность	-1,76384
Интервал	21,382
Минимум	80,67039
Максимум	102,0524
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,0524
Наименьший(1)	80,67039
Уровень надежности(95,0%)	1,293491

<i>Столбец1</i>	<i>Услотв.</i>
Среднее	93,34210526
Стандартная ошибка	0,67809203
Медиана	94,32428108
Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	4,180040004
Дисперсия выборки	17,47273444
Эксцесс	4,319111163
Асимметричность	-1,738146522
Интервал	22,87013464
Минимум	79,55525088
Максимум	102,4253855
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4253855
Наименьший(1)	79,55525088
Уровень надежности(95,0%)	1,37394495



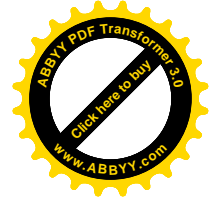
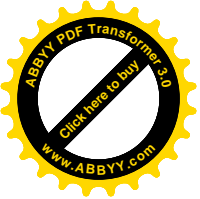
<i>Столбец2</i>	<i>X1</i>
Среднее	4,789473684
Стандартная ошибка	0,067022583
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,41315495
Дисперсия выборки	0,170697013
Эксцесс	0,195277778
Асимметричность	-1,479132976
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	182
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,135800652

<i>Столбец3</i>	<i>X2</i>
Среднее	4,973684
Стандартная ошибка	0,026316
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,162221
Дисперсия выборки	0,026316
Эксцесс	38
Асимметричность	-6,164414
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	189
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,053321



<i>Столбец 4</i>	<i>X3</i>
Среднее	3,894737
Стандартная ошибка	0,145044
Медиана	4
Мода	3
Стандартное отклонение	0,894109
Дисперсия выборки	0,799431
Эксцесс	-1,28133
Асимметричность	-0,024544
Интервал	3
Минимум	2
Максимум	5
Сумма	148
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	2
Уровень надежности(95,0%)	0,293886

<i>Столбец5</i>	<i>X4</i>
Среднее	4,684211
Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,525319
Дисперсия выборки	0,27596
Эксцесс	1,126072
Асимметричность	-1,40317
Интервал	2
Минимум	3
Максимум	5
Сумма	178
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,172668



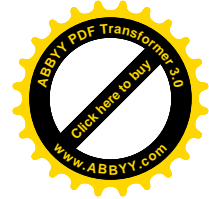
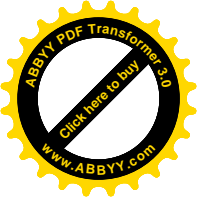
<i>Столбец6</i>	<i>X5</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,06373
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,392859
Дисперсия выборки	0,154339
Экссесс	0,925609
Асимметричность	-1,69696
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,12913

<i>Столбец7</i>	<i>X6</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,135227
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,833594
Дисперсия выборки	0,694879
Экссесс	32,21157
Асимметричность	-5,5434
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,273996

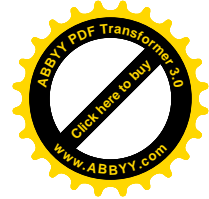
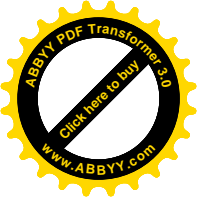


<i>Столбец8</i>	<i>X7</i>
Среднее	4,526316
Стандартная ошибка	0,222289
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	1,37028
Дисперсия выборки	1,877667
Эксцесс	8,110829
Асимметричность	-3,0518
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	172
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,4504

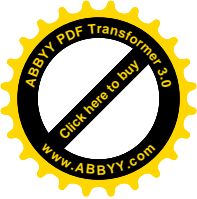
<i>Столбец9</i>	<i>X8</i>
Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	0,07468
Эксцесс	9,054512
Асимметричность	-3,25271
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	187
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,089824



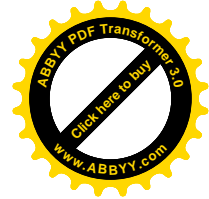
Коваріаційна матриця		$K=N^{-1}\mu^2$							
X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	
10,57088926	0,048989523	-1,648298466	0,027519	0,0273895	0,086398279	0,030799521	0,009341	-0,69948	
0,048989523	0,11217066	-0,03407541	0,005487	0,0090049	-0,080045099	0,004155638	-0,00371	-0,01992	
-1,648298466	-0,03407541	0,370733155	-0,01315	-0,011201	-0,04013848	-0,002552619	0,005238	0,051444	
0,027519471	0,005487457	-0,013150208	0,010591	-0,001384	0,001064622	0,00222963	-0,0019	-0,00618	
0,027389522	0,009004888	-0,011201431	-0,00138	0,0396878	-0,030053679	0,005917088	0,003707	-0,01948	
0,086398279	-0,0800451	-0,04013848	0,001065	-0,030054	0,154330295	-0,001001255	-0,01072	-0,01209	
0,030799521	0,004155638	-0,002552619	0,00223	0,0059171	-0,001001255	0,024280383	-0,00758	-0,03093	
0,009341256	-0,00371486	0,005238109	-0,0019	0,0037067	-0,010722657	-0,007582669	0,008888	0,004141	
-0,699478711	-0,01991816	0,051444395	-0,00618	-0,01948	-0,012093479	-0,030927012	0,004141	0,171255	
X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	



Кореляційна матриця факторних ознак		R							
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129	0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569	
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984	0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813	
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413	0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683	
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1	0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175	
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088	1	0,306225931	0,486201	0,364366	
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432	0,306225931	1	0,631377	0,527649	
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782	0,486201157	0,631376931	1	0,330486	
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753	0,364366275	0,527648579	0,330486	1	
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	

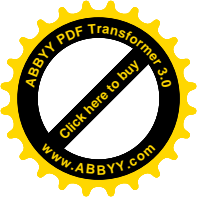


	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X8

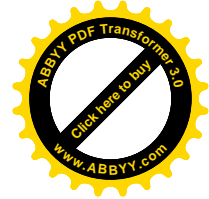


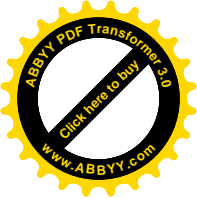


		Частинні коефіцієнти кореляції							
		r _{ij} =							
		z _{ij} /√(z _{ii} *z _{jj})							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	1								
1	-0,167097804	0,159208	0,1349616	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371		
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167	
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507	
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628	
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424	
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127	-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961	
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552	-0,288949188	-0,51616674	1	0,10613	
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285	-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1	
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8		

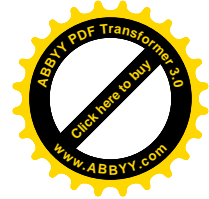


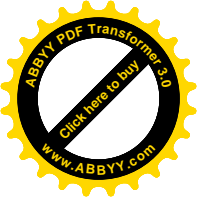
Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(Y,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) (Успов.)									
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,566005136	1							
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1						
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1					
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175	1				
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239	0,36039265	1			
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255	-0,140922936	0,304486	1		
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082	-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671	0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1
	Успов.	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8



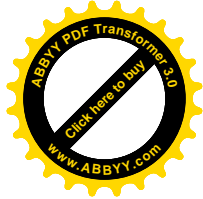


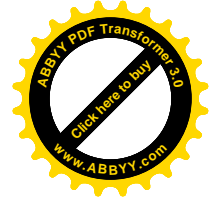
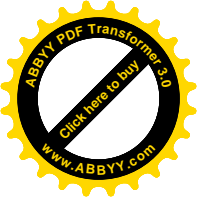
Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y зрівнов.)									
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,31835727	1							
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1						
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1					
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801	1				
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967	0,306225931	1			
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854	0,486201157	0,631377	1		
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279	0,364366275	0,527649	0,330486	1	
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865	0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X1		X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Y зрівн.





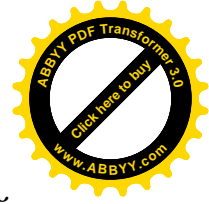
Кореляційна матриця істинної моделі R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, Yістн.)									
Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1									
#ДЕП/0!	1								
#ДЕП/0!	0,3183573	1							
#ДЕП/0!	-0,061611	0,166722763	1						
#ДЕП/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1					
#ДЕП/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1				
#ДЕП/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1			
#ДЕП/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1		
#ДЕП/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
#ДЕП/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245	-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	Yістн.





Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
Столбец 1	1									
Столбец 2	#ДЕП/0!	1								
Столбец 3	0,323592401	#ДЕП/0!	1							
Столбец 4	0,103017993	#ДЕП/0!	0,3183573	1						
Столбец 5	0,027413357	#ДЕП/0!	-0,061611	0,166722763	1					
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕП/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1				
Столбец 7	0,16061577	#ДЕП/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1			
Столбец 8	0,352719734	#ДЕП/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
Столбец 9	0,511634281	#ДЕП/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
Столбец 10	0,211627189	#ДЕП/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
Указам.	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X8



Мовчун Руслан Юрійович

**Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних
технологій**

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

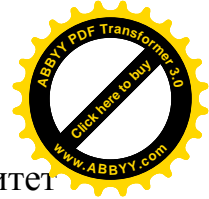
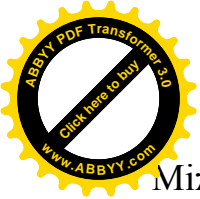
Модель ІН 91М –6

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 Р. Ю. Мовчун.
Науковий керівник Р. М. Літнарівч, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

Р. М. Павленко

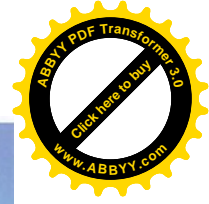
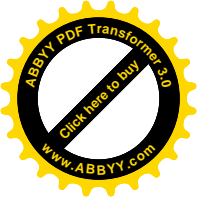
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-14



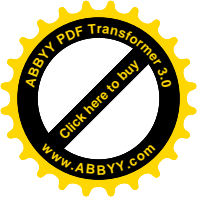
Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарівч

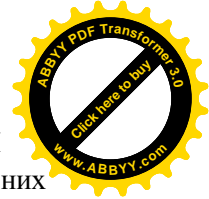
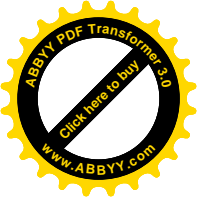
Рівне-2010



Руслан Миколайович Павленко

Технічний фахівець в галузі прикладних наук і техніки,
інженер-програміст, магістрант інформаційних технологій





Павленко Руслан Миколайович
Спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних
технологій

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
ЯКОСТІ ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ
СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

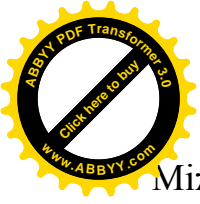
Модель ІН 91М – 14

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та
дизайн в редакторі Microsoft® Office® Word 2003
Р. М. Павленко. Науковий керівник Р. М.
Літнарівч, доцент, кандидат технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**



Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

Р. М. Павленко

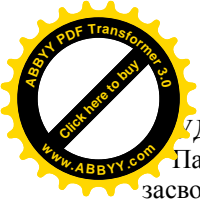
**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М-14



Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Лігнарівч

Рівне-2010



ДК 519.876.5

Павленко Р. М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН 91М – 14. Науковий керівник Р.М. Літнарівич. МEGУ, Рівне, 2010, -86 с.

Pavlenko R. M. Construction and research of mathematical model of quality of mastering of base discipline by the method of statistical tests of Monte Karlo. Plural regressive analysis. Model of IN 91M - 14. Scientific leader R.M. Litnarovich. IEGU, Rivne, 2010 -86 p.

Рецензент: С. В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор.

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МEGУ

На основі результатів педагогічного експерименту побудована математична модель залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST (Y) і результатів анкетування студентів після здачі екзамену (X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8) у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів А множинної регресії апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.

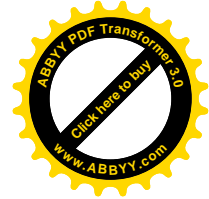
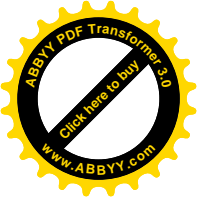
On the basis of results of pedagogical experiment the mathematical model of dependence of quality of handing over is built to examination in the ball system on the scale of ECST (Y) and results of questionnaire of students after handing over to examination (X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8) as multiple regression on the method of leastsquares.

Middle quadratic errors which over are brought to set rationed are generated in this work, the disfigured model is built, counterbalanced on the method of leastsquares. There are more credible values of coefficients And multiple regression of approximating mathematical model.

The estimation of exactness is done and summarizings are given conclusions. The method of statistical tests of Monte Karlo is applied enabled to conduct large-scale researches and collect large statistics.

For students and graduate students of pedagogical institutes of higher.

© Павленко Р. М., Літнарівич Р.М., 2010



Зміст

Передмова	4
РОЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи	
1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи.....	5
1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту.....	9
РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних	
2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних.....	16
2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло.....	30
РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження	
3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження.....	35
3.6. Контроль зрівноваження.....	37
3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь.....	40
Висновки	58
Літературні джерела.....	60
Додатки.....	61



Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену «Y» у бальній системі по шкалі EST і відповідей студентів за результатами анкетування після здачі екзамену «X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8» [2,3] побудована математична модель і виконаний детальний аналіз у вигляді множинної регресії по способу найменших квадратів.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (Y_i) і відповіді студентів, які отримали той чи інший бал (X_i).

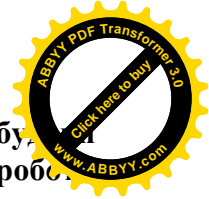
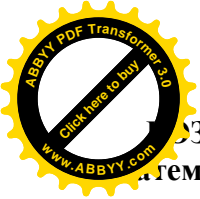
За цими даними була побудована математична модель у вигляді множинної регресії способом найменших квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

Генерувались випадкові числа, знаходився коефіцієнт пропорційності K і дані випадкові числа приводилися до середньої квадратичної похибки 0,5 бала, на яку міг помилитися викладач.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів.



РЗДІЛ 1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

1.1. Розробка методологічних основ побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи

Нехай, Y – екзаменаційна оцінка студента (від 0 до 100 балів за шкалою EST – результуюча ознака).

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв'язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

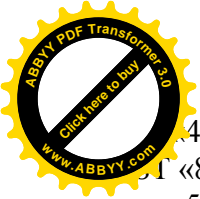
X1 – інтерес до вивчення дисципліни:

«0 балів» – інтерес до вивчення дисципліни відсутній; «В мене абсолютно відсутнє бажання вивчати дану дисципліну і оцінка на екзамені мене не цікавить».

«1 бал» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку на екзамені «50-59 балів» – E;

«2 бали» – інтерес до вивчення дисципліни обумовлений необхідністю отримати задовільну оцінку що відповідає шкалі EST D «60-75 балів»; «Пристойно, але зі значними недоліками»;

«3 бали» – «Мені потрібна оцінка C «76-79 балів» для того, щоб була четвірка у виписці до диплому»;



«4 бали» – інтерес до дисципліни високий, відповідає шкалі балів; «80-89 балів» – «Дуже добре, вище середнього стандарту»; «5 балів» – підвищений інтерес; «Я бажаю внести свій внесок в дану дисципліну» – рівень творчості.

X2 – оцінка студентами роботи викладача: – відповідає традиційній екзаменаційній оцінці роботи студента «від 0 до 5 балів» з тією різницею, що оцінку роботи студента за семестр ставить викладач, а оцінку роботи викладача за семестр ставить студент.

X3 – складність вивчення дисципліни:

«0 балів» – ніякої складності у вивченні даної дисципліни немає;

«1 бал» – при вивченні даної дисципліни потрібні мінімальні затрати сил і часу;

«2 бали» – до вивчення дисципліни необхідно прикласти деякі зусилля і час;

«3 бали» – методика викладання дисципліни автоматично забезпечує добру оцінку на екзамені;

«4 бали» – до вивчення дисципліни потрібна значна концентрація зусиль і часу;

«5 балів» – максимальна концентрація зусиль і часу гарантує високу оцінку на екзамені.

X4 – елементи наукового пошуку:

«0 балів» – вся інформація при вивченні даної дисципліни добре представлена у рекомендованій літературі;

«1 бал» – необхідно вести конспект лекцій, в якому висвітлюються матеріали, яких не можна почерпнути із відомих літературних джерел;

«2 бали» – без конспекту лекцій неможливо проробляти практичні заняття;



«3 бали» – на практичних роботах вирішуються задачі, вимагають творчого підходу і максимального використання комп'ютерної техніки;

«4 бали» – максимальне використання теоретичного матеріалу лекційного курсу в поєднанні із максимальним використанням комп'ютерної техніки;

«5 балів» – написання власних монографій під керівництвом наукового керівника.

X5 – зв'язок зі спеціальністю:

«0 балів» – «Я не можу відмітити зв'язку зі спеціальністю;

«1 бал» – зв'язок зі спеціальністю незначний;

«2 бали» – зв'язок зі спеціальністю помірний;

«3 бали» – зв'язок зі спеціальністю добрий;

«4 бали» – зв'язок зі спеціальністю високий;

«5 балів» – зв'язок зі спеціальністю повний.

X6, X7 – степінь самостійності в написанні монографії:

«0 балів» – я не зміг завершити дослідження, щоб написати монографію;

«1 бал» – монографія не завершена;

«2 бали» – «Мені допомогли завершити роботу над монографією»;

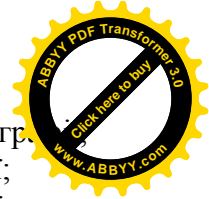
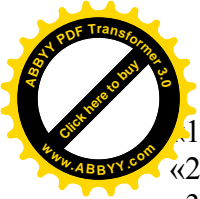
«3 бали» – «Я сам написав монографію при консультації і наявності допоміжних матеріалів»;

«4 бали» – «Необхідні розрахункові файли створені мною особисто»;

«5 балів» – «Монографія написана, набрана на комп'ютері і видана при моїй же власній авторській редакції».

X8 – оцінка студентами створеної наукової школи:

«0 балів» – наукова школа не відбулась, монографії не написані;

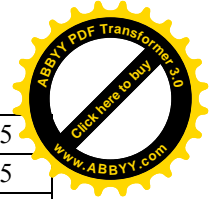
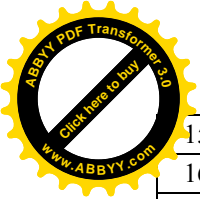


- «1 бал» – 10 відсотків студентів написали власні монографії;
- «2 бали» – 25 відсотків студентів написали монографії;
- «3 бали» – 50 відсотків студентів написали монографії;
- «4 бали» – 75 відсотків студентів написали монографії;
- «5 балів» – 85 відсотків студентів написали монографії.

Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].

Таблиця 1.1. Зведена таблиця успішності по шкалі EST

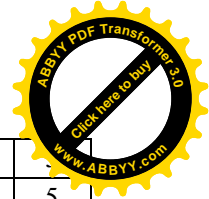
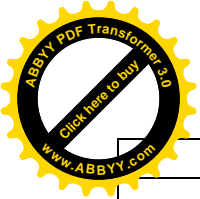
№п. п..	Екз. оц.	Інтерес вивчення дисципл.			Оцінка викладу		Трудність вивчення дисципліни		Елем. наук. пошуку	Зв'язок зі спец.	Оцінка моногр.1	Оцінка моногр.2	Оцінка Наук. школ.
		X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6					
1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	5			
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5			
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5			
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5			
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5			
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5			
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5			
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5			
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5			
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5			
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5			
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4			
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5			
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5			



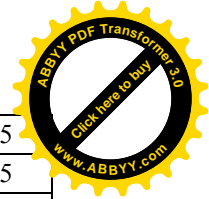
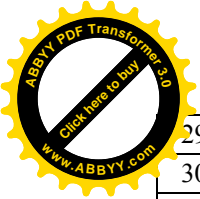
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
Σ	3547	38	182	189	148	178	183	183	172	187

1.2. Представлення загальних статистичних даних по результатам педагогічного експерименту

Представимо матрицю X коефіцієнтів початкових рівнянь
Після проведення екзаменаційної сесії студенти провели експертну оцінку і була отримана наступна зведена таблиця за результатами анкетування. Даний базовий курс вивчало 38 студентів [2].



1	100	1	5	5	4	4	4	5	5	
2	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	89	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	89	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	95	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	100	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	89	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	80	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	89	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	100	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	90	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	100	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	100	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	77	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	77	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	90	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	100	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5



29	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	85	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	90	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	90	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	86	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	86	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	100	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	90	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	95	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	100	1	5	5	5	5	5	5	5	5

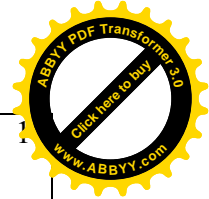
Приведемо описову статистику на 8 останніх стовпчиків матриці (значень X_1, X_2, \dots, X_8)

Відповіді студентів:

1. стовпчик – Інтерес до вивчення дисципліни (X_1);
2. стовпчик – Оцінка студентами роботи викладача (X_2);
3. стовпчик – Трудність вивчення дисципліни (X_3);
4. стовпчик – Елементи наукового пошуку (X_4)
5. стовпчик – Зв'язок зі спеціальністю (X_5);
6. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 1 (X_6);
7. стовпчик – Оцінка студентами своєї роботи над монографією 2 (X_7);
8. стовпчик – Оцінка студентами роботи наукової школи в цілому (X_8).

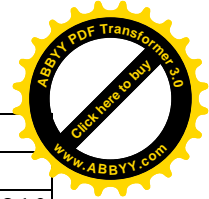
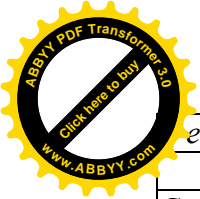
Таблиця 1.2. Описова статистика

Столбец1		Столбец2		Столбец3		Столбец4	
Среднее	4,789474	Среднее	4,973684211	Среднее	3,8947368	Среднее	4,6842105
Станд	0,0670	Станд	0,0263	Станд	0,1450	Станд	0,0852

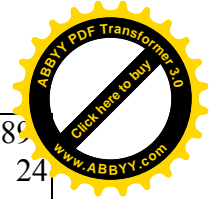
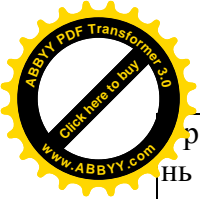


Датная ошибк а	23	артная ошибк а	15789	артная ошибк а	436	артная ошибк а	1
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	4	Медиа на	5
Мода	5	Мода	5	Мода	3	Мода	5
Станд артное откло нение	0,4131 55	Станд артное откло нение	0,1622 21421	Станд артное откло нение	0,8941 091	Станд артное откло нение	0,5253 191
Диспе рсия выбор ки	0,1706 97	Диспе рсия выбор ки	0,0263 15789	Диспе рсия выбор ки	0,7994 31	Диспе рсия выбор ки	0,2759 602
Эксце сс	0,1952 78	Эксце сс	38	Эксце сс	- 1,2813 299	Эксце сс	1,1260 723
Асим метри чность	- 1,4791 33	Асим метри чность	- 6,1644 14003	Асим метри чность	- 0,0245 445	Асим метри чность	- 1,4031 726
Интер вал	1	Интер вал	1	Интер вал	3	Интер вал	2
Мини мум	4	Мини мум	4	Мини мум	2	Мини мум	3
Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5
Сумма	182	Сумма	189	Сумма	148	Сумма	178
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38
Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1358 01	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,0533 20854	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2938 863	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1726 681

Столб		Столб		Столб		Стол	
-------	--	-------	--	-------	--	------	--



εϰ5		εϰ6		εϰ7		βεϰ8	
Средн ее	4,8157 895	Средн ее	4,8157 89	Средн ее	4,5263 16	Средн ее	4,9210 53
Станда ртная ошибк а	0,0637 302	Станда ртная ошибк а	0,1352 27	Станд артная ошибк а	0,2222 89	Станд артна я ошибк а	0,0443 31
Медиа на	5	Медиа на	5	Медиа на	5	Меди ана	5
Мода	5	Мода	5	Мода	5	Мода	5
Станда ртное отклон ение	0,3928 595	Станда ртное отклон ение	0,8335 94	Станд артно е откло нение	1,3702 8	Станд артно е откло нение	0,2732 76
Диспе рсия выбор ки	0,1543 385	Диспе рсия выбор ки	0,6948 79	Диспе рсия выбор ки	1,8776 67	Диспе рсия выбор ки	0,0746 8
Эксцес с	0,9256 09	Эксцес с	32,211 57	Эксце сс	8,1108 29	Эксце сс	9,0545 12
Асимм етричн ость	- 1,6969 6	Асимм етричн ость	- 5,5434 04	Асим метри чност ь	- 3,0518	Асим метри чност ь	- 3,2527 1
Интер вал	1	Интер вал	5	Интер вал	5	Интер вал	1
Мини мум	4	Мини мум	0	Мини мум	0	Мини мум	4
Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5	Макси мум	5
Сумма	183	Сумма	183	Сумм а	172	Сумм а	187
Счет	38	Счет	38	Счет	38	Счет	38

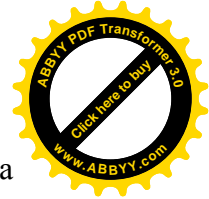
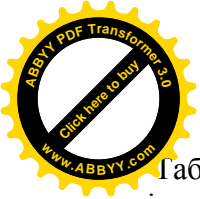


Урове нь надеж ности(95,0%)	0,1291 297	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,2739 96	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,4504	Урове нь надеж ности(95,0%)	0,089 24
--	---------------	--	--------------	--	--------	--	-------------

Таблиця 1.3. Описова статистика результатів екзамену (оцінки по EST-вектор У)

<i>Столбец/У</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	1,139162
Медиана	92,5
Мода	100
Стандартное отклонение	7,022267
Дисперсия выборки	49,31223
Экссесс	- 0,371058
Асимметричность	- 0,668396
Интервал	23
Минимум	77
Максимум	100
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	100
Наименьший(1)	77
Уровень надежности(95,0%)	2,308162

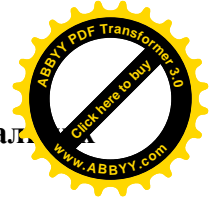
Забігаючи вперед, порівняємо статистику оцінок викладача (табл.1.3) з оцінками, виставленими студентам комп'ютером (табл.1.4)



Таблиця 1.4. Описова статистика результатів екзамену за оцінками комп'ютера

<i>У'Столбец1</i>	
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,674123
Медиана	94,44051
Мода	94,44051
Стандартное отклонение	4,155576
Дисперсия выборки	17,26881
Экссесс	4,152453
Асимметричность	-
Интервал	1,759888
Минимум	22,26522
Максимум	80,19449
Сумма	102,4597
Счет	3547
Наибольший(1)	38
Наименьший(1)	102,4597
Уровень надежности(95,0%)	80,19449
	1,365904

В подальшому приведемо теоретичні основи обробки експериментальних даних.

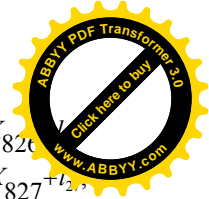
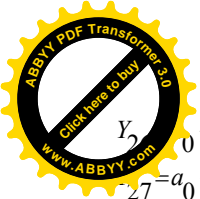


РОЗДІЛ 2. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

2.3. Теоретичні основи обробки експериментальних даних

Представимо n початкових рівнянь у вигляді [2]

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_0 + a_1 X_{11} + a_2 X_{21} + a_3 X_{31} + a_4 X_{41} + a_5 X_{51} + a_6 X_{61} + a_7 X_{71} + a_8 X_{81} + l_1, \\ Y_2 &= a_0 + a_1 X_{12} + a_2 X_{22} + a_3 X_{32} + a_4 X_{42} + a_5 X_{52} + a_6 X_{62} + a_7 X_{72} + a_8 X_{82} + l_2, \\ Y_3 &= a_0 + a_1 X_{13} + a_2 X_{23} + a_3 X_{33} + a_4 X_{43} + a_5 X_{53} + a_6 X_{63} + a_7 X_{73} + a_8 X_{83} + l_3, \\ Y_4 &= a_0 + a_1 X_{14} + a_2 X_{24} + a_3 X_{34} + a_4 X_{44} + a_5 X_{54} + a_6 X_{64} + a_7 X_{74} + a_8 X_{84} + l_4, \\ Y_5 &= a_0 + a_1 X_{15} + a_2 X_{25} + a_3 X_{35} + a_4 X_{45} + a_5 X_{55} + a_6 X_{65} + a_7 X_{75} + a_8 X_{85} + l_5, \\ Y_6 &= a_0 + a_1 X_{16} + a_2 X_{26} + a_3 X_{36} + a_4 X_{46} + a_5 X_{56} + a_6 X_{66} + a_7 X_{76} + a_8 X_{86} + l_6, \\ Y_7 &= a_0 + a_1 X_{17} + a_2 X_{27} + a_3 X_{37} + a_4 X_{47} + a_5 X_{57} + a_6 X_{67} + a_7 X_{77} + a_8 X_{87} + l_7, \\ Y_8 &= a_0 + a_1 X_{18} + a_2 X_{28} + a_3 X_{38} + a_4 X_{48} + a_5 X_{58} + a_6 X_{68} + a_7 X_{78} + a_8 X_{88} + l_8, \\ Y_9 &= a_0 + a_1 X_{19} + a_2 X_{29} + a_3 X_{39} + a_4 X_{49} + a_5 X_{59} + a_6 X_{69} + a_7 X_{79} + a_8 X_{89} + l_9, \quad (3.1) \\ Y_{10} &= a_0 + a_1 X_{110} + a_2 X_{210} + a_3 X_{310} + a_4 X_{410} + a_5 X_{510} + a_6 X_{610} + a_7 X_{710} + a_8 X_{810} + l_{10}, \\ Y_{11} &= a_0 + a_1 X_{111} + a_2 X_{211} + a_3 X_{311} + a_4 X_{411} + a_5 X_{511} + a_6 X_{611} + a_7 X_{711} + a_8 X_{811} + l_{11}, \\ Y_{12} &= a_0 + a_1 X_{112} + a_2 X_{212} + a_3 X_{312} + a_4 X_{412} + a_5 X_{512} + a_6 X_{612} + a_7 X_{712} + a_8 X_{812} + l_{12}, \\ Y_{13} &= a_0 + a_1 X_{113} + a_2 X_{213} + a_3 X_{313} + a_4 X_{413} + a_5 X_{513} + a_6 X_{613} + a_7 X_{713} + a_8 X_{813} + l_{13}, \\ Y_{14} &= a_0 + a_1 X_{114} + a_2 X_{214} + a_3 X_{314} + a_4 X_{414} + a_5 X_{514} + a_6 X_{614} + a_7 X_{714} + a_8 X_{814} + l_{14}, \\ Y_{15} &= a_0 + a_1 X_{115} + a_2 X_{215} + a_3 X_{315} + a_4 X_{415} + a_5 X_{515} + a_6 X_{615} + a_7 X_{715} + a_8 X_{815} + l_{15}, \\ Y_{16} &= a_0 + a_1 X_{116} + a_2 X_{216} + a_3 X_{316} + a_4 X_{416} + a_5 X_{516} + a_6 X_{616} + a_7 X_{716} + a_8 X_{816} + l_{16}, \\ Y_{17} &= a_0 + a_1 X_{117} + a_2 X_{217} + a_3 X_{317} + a_4 X_{417} + a_5 X_{517} + a_6 X_{617} + a_7 X_{717} + a_8 X_{817} + l_{17}, \\ Y_{18} &= a_0 + a_1 X_{118} + a_2 X_{218} + a_3 X_{318} + a_4 X_{418} + a_5 X_{518} + a_6 X_{618} + a_7 X_{718} + a_8 X_{818} + l_{18}, \\ Y_{19} &= a_0 + a_1 X_{119} + a_2 X_{219} + a_3 X_{319} + a_4 X_{419} + a_5 X_{519} + a_6 X_{619} + a_7 X_{719} + a_8 X_{819} + l_{19}, \\ Y_{20} &= a_0 + a_1 X_{120} + a_2 X_{220} + a_3 X_{320} + a_4 X_{420} + a_5 X_{520} + a_6 X_{620} + a_7 X_{720} + a_8 X_{820} + l_{20}, \\ Y_{21} &= a_0 + a_1 X_{121} + a_2 X_{221} + a_3 X_{321} + a_4 X_{421} + a_5 X_{521} + a_6 X_{621} + a_7 X_{721} + a_8 X_{821} + l_{21}, \\ Y_{22} &= a_0 + a_1 X_{122} + a_2 X_{222} + a_3 X_{322} + a_4 X_{422} + a_5 X_{522} + a_6 X_{622} + a_7 X_{722} + a_8 X_{822} + l_{22}, \\ Y_{23} &= a_0 + a_1 X_{123} + a_2 X_{223} + a_3 X_{323} + a_4 X_{423} + a_5 X_{523} + a_6 X_{623} + a_7 X_{723} + a_8 X_{823} + l_{23}, \\ Y_{24} &= a_0 + a_1 X_{124} + a_2 X_{224} + a_3 X_{324} + a_4 X_{424} + a_5 X_{524} + a_6 X_{624} + a_7 X_{724} + a_8 X_{824} + l_{24}, \\ Y_{25} &= a_0 + a_1 X_{125} + a_2 X_{225} + a_3 X_{325} + a_4 X_{425} + a_5 X_{525} + a_6 X_{625} + a_7 X_{725} + a_8 X_{825} + l_{25}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
Y_7 &= a_0 + a_1 X_{126} + a_2 X_{226} + a_3 X_{326} + a_4 X_{426} + a_5 X_{526} + a_6 X_{626} + a_7 X_{726} + a_8 X_{826} + l_{27}, \\
Y_{27} &= a_0 + a_1 X_{127} + a_2 X_{227} + a_3 X_{327} + a_4 X_{427} + a_5 X_{527} + a_6 X_{627} + a_7 X_{727} + a_8 X_{827} + l_{27}, \\
Y_{28} &= a_0 + a_1 X_{128} + a_2 X_{228} + a_3 X_{328} + a_4 X_{428} + a_5 X_{528} + a_6 X_{628} + a_7 X_{728} + a_8 X_{828} + l_{28}, \\
Y_{29} &= a_0 + a_1 X_{129} + a_2 X_{229} + a_3 X_{329} + a_4 X_{429} + a_5 X_{529} + a_6 X_{629} + a_7 X_{729} + a_8 X_{829} + l_{29}, \\
Y_{30} &= a_0 + a_1 X_{130} + a_2 X_{230} + a_3 X_{330} + a_4 X_{430} + a_5 X_{530} + a_6 X_{630} + a_7 X_{730} + a_8 X_{830} + l_{30}, \\
Y_{31} &= a_0 + a_1 X_{131} + a_2 X_{231} + a_3 X_{331} + a_4 X_{431} + a_5 X_{531} + a_6 X_{631} + a_7 X_{731} + a_8 X_{831} + l_{31}, \\
Y_{32} &= a_0 + a_1 X_{132} + a_2 X_{232} + a_3 X_{332} + a_4 X_{432} + a_5 X_{532} + a_6 X_{632} + a_7 X_{732} + a_8 X_{832} + l_{32}, \\
Y_{33} &= a_0 + a_1 X_{133} + a_2 X_{233} + a_3 X_{333} + a_4 X_{433} + a_5 X_{533} + a_6 X_{633} + a_7 X_{733} + a_8 X_{833} + l_{33}, \\
Y_{34} &= a_0 + a_1 X_{134} + a_2 X_{234} + a_3 X_{334} + a_4 X_{434} + a_5 X_{534} + a_6 X_{634} + a_7 X_{734} + a_8 X_{834} + l_{34}, \\
Y_{35} &= a_0 + a_1 X_{135} + a_2 X_{235} + a_3 X_{335} + a_4 X_{435} + a_5 X_{535} + a_6 X_{635} + a_7 X_{735} + a_8 X_{835} + l_{35}, \\
Y_{36} &= a_0 + a_1 X_{136} + a_2 X_{236} + a_3 X_{336} + a_4 X_{436} + a_5 X_{536} + a_6 X_{636} + a_7 X_{736} + a_8 X_{836} + l_{36}, \\
Y_{37} &= a_0 + a_1 X_{137} + a_2 X_{237} + a_3 X_{337} + a_4 X_{437} + a_5 X_{537} + a_6 X_{637} + a_7 X_{737} + a_8 X_{837} + l_{37}, \\
Y_{38} &= a_0 + a_1 X_{138} + a_2 X_{238} + a_3 X_{338} + a_4 X_{438} + a_5 X_{538} + a_6 X_{638} + a_7 X_{738} + a_8 X_{838} + l_{38}.
\end{aligned}$$

Або в матричній формі

$$Y = Xa + l, \tag{3.2}$$

де Y – вектор-стовпець екзаменаційних оцінок по 100-бальній шкалі EST

$$\dots\dots\dots(3.3)$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{pmatrix}$$

X – матриця експертних оцінок студентів проведеного анкетування після здачі екзамену



$$X = \begin{bmatrix} X_{00} & X_{11} & X_{21} & X_{31} & \dots & X_{81} \\ X_{00} & X_{12} & X_{22} & X_{32} & \dots & X_{82} \\ X_{00} & X_{13} & X_{23} & X_{33} & \dots & X_{83} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{00} & X_{138} & X_{238} & X_{338} & \dots & X_{838} \end{bmatrix},$$

.....(3.4)

X_0 –

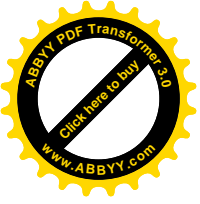
фіктивний фактор, всі значення якого дорівнюють одиниці.

Досліджувані фактори:

- X1 – інтерес до вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X2 – оцінка студентами роботи викладача (0-5 балів);
- X3 – трудність вивчення дисципліни (0-5 балів);
- X4 – елементи наукового пошуку (0-5 балів);
- X5 – зв’язок зі спеціальністю (0-5 балів);
- X6 – степінь самостійності в написанні першої монографії (0-5 балів);
- X7 – степінь самостійності в написанні другої монографії (0-5 балів);
- X8 – оцінка студентами створеної наукової школи (0-5 балів).

Другим індексом позначений номер студента в загальному списку. Всього в експерименті приймало участь 38 студентів.

a – вектор-стовпець невідомих коефіцієнтів емпіричної формули



$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \alpha_8 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

l – вектор-стовпець відхилень фактичних даних від розрахункових

$$l = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ l_{38} \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

Так як

$$l = Y - Xa, \dots\dots\dots (3.7)$$

то функціонал Q буде

$$Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8) = \sum_{i=1}^{38} l_i^2, \dots\dots\dots (3.8)$$

тобто



$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = l^T l = [Y - [X]a]^T [Y - [X]a] \dots\dots\dots(3.9)$$

або

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - Y^T [X]a - a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a ,$$

..(3.10)

i

... (3.11)

$$\sum_{i=1}^{38} l_i^2 = Y^T Y - 2a^T [X]^T Y + a^T [X]^T [X]a .$$

Для функціонала $Q(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \dots a_8)$ в точці екстремуму виконується умова

$$\frac{dQ}{da^T} = 0. \dots\dots\dots(5.3.12)$$

З цієї умови отримаємо

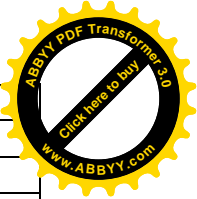
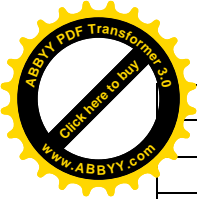
$$\frac{dQ}{da^T} = -2[X]^T Y + 2[X]^T [X]a \Rightarrow [X]^T [X]a = [X]^T Y. \dots\dots\dots(3.13)$$

Домножуючи зліва останнє матричне рівняння на матрицю обернену матриці

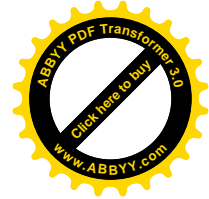
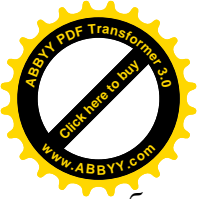
$[X]^T [X]$, отримаємо шуканий вектор a

$$a = \left[[X]^T [X] \right]^{-1} [X]^T Y, \dots\dots\dots(3.14)$$

де



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



$$N = [X]^T X, \quad (3.17)$$

або

$$N = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{mi} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{mi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{mi} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{mi}X_{3i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{mi}^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.18)$$

І в нашому випадку, ми отримали

Таблиця 3.3. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N

38	182	189	148	178	183	183	172	187
182	878	906	708	854	881	880	833	897
189	906	941	737	886	911	910	856	930
148	708	737	606	695	713	712	674	729
178	854	886	695	844	860	855	803	877
183	881	911	713	860	887	885	838	902
183	880	910	712	855	885	907	855	905
172	833	856	674	803	838	855	848	851
187	897	930	729	877	902	905	851	923

Вектор вільних членів розраховується за формулою

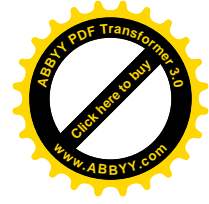


$$\ell = [X]^T Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{138} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{238} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{338} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{81} & X_{82} & X_{83} & \dots & X_{838} \end{bmatrix} *$$

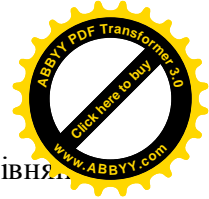
$$* \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ Y_{38} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{38} Y_i \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{2i} \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{3i} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{i=1}^{38} Y_i X_{8i} \end{bmatrix}$$

(3.19)

При цьому вектор результуючих ознак



№п.п..	Екз.оц.
	У
1	100
2	90
3	90
4	100
5	89
6	89
7	95
8	100
9	90
10	89
11	100
12	80
13	89
14	90
15	100
16	90
17	100
18	100
19	77
20	77
21	100
22	100
23	90
24	100
25	100
26	100
27	100
28	100
29	100
30	85
31	90
32	90
33	86
34	86
35	100
36	90
37	95
38	100
Σ	3547



нашому випадку вектор вільних членів

Таблиця 3.4. Вектор вільних членів нормальних рівнянь

3547
17023
17646
13821
16593
17098
17158
16237
17470

Представимо формулу (3.14) у вигляді

$$a = [N]^{-1} * l, \tag{3.20}$$

де обернена матриця до матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь має вигляд

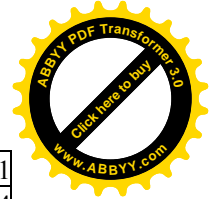
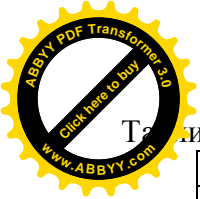
$$N^{-1} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1}, \tag{3.21}$$

вектор вільних членів

$$l = [X]^T Y.$$

Обернену матрицю знаходимо в MS Excel за формулою
 =МОБР(A54:I62).....(3.23)

В нашому випадку матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь знаходиться в діапазоні (A54:I62). Попередньо виділивши масив під обернену матрицю, натиском клавіш F2 , Ctrl +Shift + Enter , отримали



Таблиця 3.5. Обернена матриця $Q=N^{-1}$

37,60993079	0,17429873	-5,864444295	0,097911
0,17429873	0,399089485	-0,121236141	0,019524
-5,864444295	-0,12123614	1,319023213	-0,04679
0,097910912	0,0195237	-0,046786832	0,037681
0,09744857	0,032038288	-0,03985332	-0,00493
0,307394507	-0,28479067	-0,142807802	0,003788
0,109580929	0,014785251	-0,009081906	0,007933
0,033235048	-0,01321701	0,018636552	-0,00678
-2,488659681	-0,07086638	0,183032862	-0,02198

Продовження матриці $Q=N^{-1}$

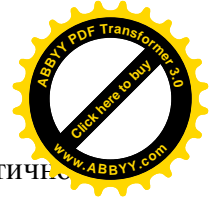
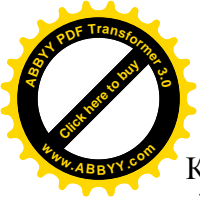
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Перемноживши обернену матрицю на вектор вільних членів, за формулою (5.3.20) отримали

Таблиця 3.6. Вектор шуканих коефіцієнтів.

$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8)$$

54,49228	a0
5,747557	a1
5,200595	a2
-0,07381	a3
-0,96701	a4
-6,97838	a5
0,037116	a6
2,585372	a7



| 2,43821 a8 |

Коефіцієнти емпіричної формули побудованої атематичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи розраховувались в MS Excel за формулою

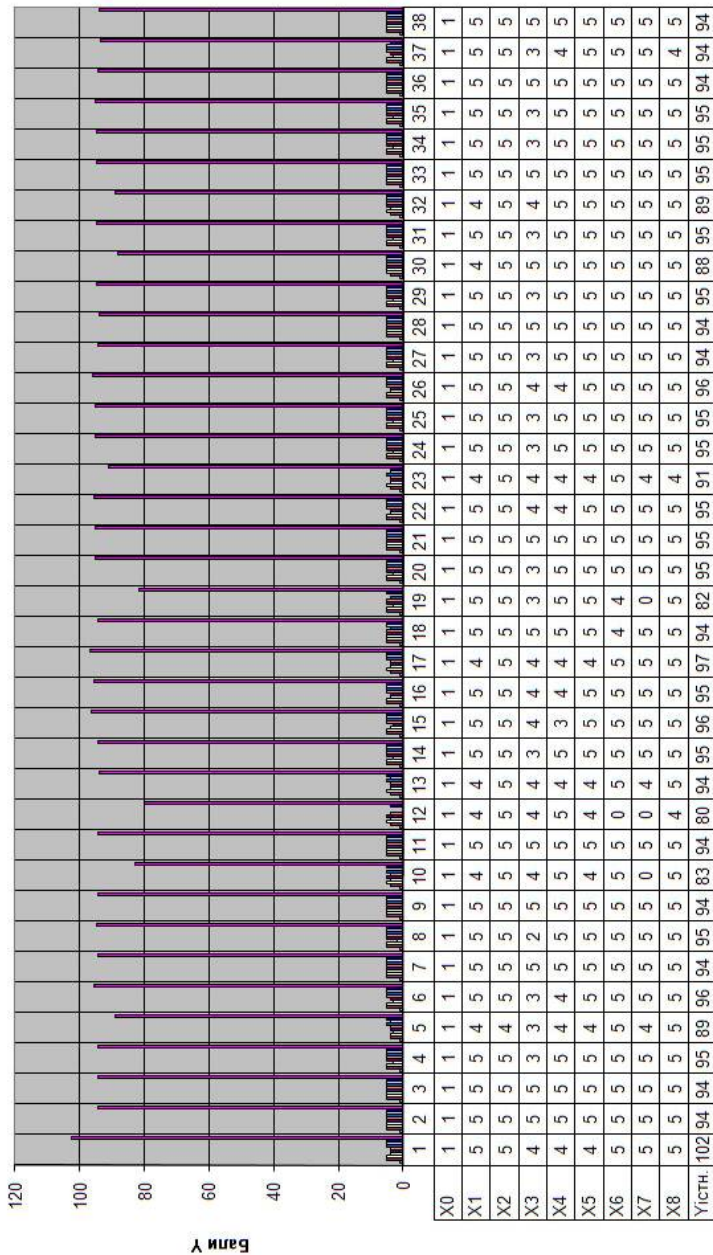
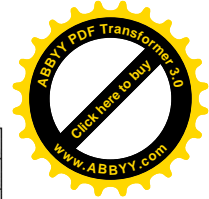
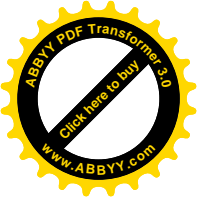
$$=МУМНОЖ(А66:І74;К54:К62). \quad (3.24)$$

При цьому обернена матриця знаходилась в діапазоні (А66:І54), а вектор вільних членів розміщувався в діапазоні (К54:К62). Попередньо виділивши масив під вектор коефіцієнтів математичної моделі, натиском клавіш F2, Ctrl +Shift + Enter, отримали вище приведені значення, на основі чого представляємо математичну модель базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи, яку приймаємо за істинну модель.

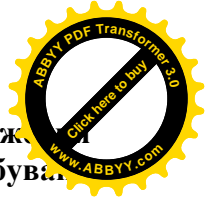
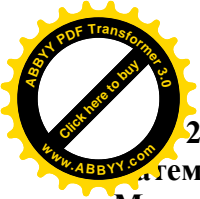
$$Y_{\text{істин.}}' = 54.49228X_0 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.07381X_3 - 0.96701X_4 - 6.97838X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.43821X_8. \quad (3.24)$$

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно побудувати спотворену математичну модель методом статистичних випробувань Монте Карло і зрівноважити її по способу найменших квадратів, виконавши повну оцінку точності зрівноважених елементів. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.

На діаграмі 1 приведена істинна модель, в яку в подальшому вводилися істинні похибки, будувалася спотворена модель, зрівноважувалася по способу найменших квадратів, аналізувалася і досліджувалася, що і було предметом досліджень даної монографії.



Експертні оцінки X



2.4. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань

Монте Карло

При проведенні досліджень приймемо середню квадратичну похибку оцінки відповіді студента викладачем в 0,5 балів за шкалою EST.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 .

Користуючись таблицями псевдовипадкових чисел ряд років, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олегом Олександровичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича.

Але, приймаючи до уваги, що нам буде потрібно для кожної математичної моделі по 38 псевдовипадкових чисел, в даній роботі будемо генерувати псевдовипадкові числа за формулою

$$\xi = \text{СЛЧИС}() * 0,01 * N \quad , \quad (4.1)$$

де N – номер варіанту (дві останні цифри математичної моделі).

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдовипадкових) чисел ξ_i , розраховують середнє арифметичне генерованих псевдовипадкових чисел ξ_{ip} .



$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n},$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \quad (4.3)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гаусса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta'^2_i}{n}}, \quad (4.4)$$

4. Вчисляють коефіцієнт пропорційності K для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m'_{\Delta'}} \dots \quad (4.5)$$

де C – необхідна нормована константа.

Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c=0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357,$$

а при $C=0,05$, отримаємо $K_{0,05} = 0,05/0,28 = 0,178$.

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \quad (4.6)$$



6. Заключним контролем служит розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

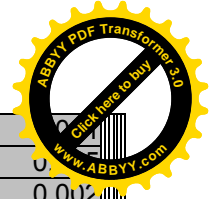
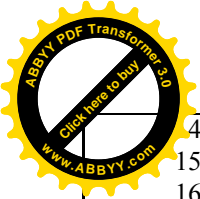
$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta^2}{n}}, \quad (4.7)$$

і порівняння

$$m_{\Delta} = C \quad (4.8)$$

Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок

	$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$	$\xi_{\text{середн.}}$	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{\text{ср.}}$	$\Delta_i'^2$	$\Delta_i = k * \Delta'_i$	Δ_i^2
2	0,0165	0,063	-0,046	0,002	-0,633	0,401
3	0,0269	0,063	-0,036	0,001	-0,490	0,241
4	0,0609	0,063	-0,002	0,000	-0,025	0,001
5	0,084	0,063	0,021	0,000	0,292	0,085
6	0,0693	0,063	0,007	0,000	0,090	0,008
7	0,0532	0,063	-0,010	0,000	-0,130	0,017
8	0,0478	0,063	-0,015	0,000	-0,204	0,042
9	0,0208	0,063	-0,042	0,002	-0,574	0,330
10	0,121	0,063	0,058	0,003	0,799	0,638
11	0,1247	0,063	0,062	0,004	0,849	0,721
12	0,0013	0,063	-0,061	0,004	-0,841	0,708
13	0,139	0,063	0,076	0,006	1,045	1,092



14	0,06	0,063	-0,003	0,000	-0,037	0,000
15	0,068	0,063	0,005	0,000	0,073	0,000
16	0,0592	0,063	-0,004	0,000	-0,048	0,002
17	0,062	0,063	-0,001	0,000	-0,010	0,000
18	0,0616	0,063	-0,001	0,000	-0,015	0,000
19	0,0773	0,063	0,015	0,000	0,200	0,040
20	0,105	0,063	0,042	0,002	0,579	0,336
21	0,1121	0,063	0,049	0,002	0,677	0,458
22	0,0422	0,063	-0,021	0,000	-0,281	0,079
23	0,0383	0,063	-0,024	0,001	-0,334	0,112
24	0,0198	0,063	-0,043	0,002	-0,588	0,345
25	0,0625	0,063	0,000	0,000	-0,003	0,000
26	0,0004	0,063	-0,062	0,004	-0,854	0,728
27	0,1267	0,063	0,064	0,004	0,877	0,769
28	0,0215	0,063	-0,041	0,002	-0,564	0,319
29	0,0572	0,063	-0,006	0,000	-0,075	0,006
30	0,0082	0,063	-0,055	0,003	-0,747	0,558
31	0,0938	0,063	0,031	0,001	0,426	0,181
32	0,102	0,063	0,039	0,002	0,538	0,290
33	0,0622	0,063	-0,001	0,000	-0,007	0,000
34	0,0465	0,063	-0,016	0,000	-0,222	0,049
35	0,1241	0,063	0,061	0,004	0,841	0,707
36	0,0381	0,063	-0,025	0,001	-0,337	0,114
37	0,0707	0,063	0,008	0,000	0,110	0,012
38	0,0392	0,063	-0,024	0,001	-0,322	0,104
39	0,0588	0,063	-0,004	0,000	-0,053	0,003
40	2,383	2,383	0,000	0,051	0,000	9,500

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$m\Delta i' = \sqrt{([\Delta i'^2/n])}$$

0,036499235



Коефіцієнт пропорційності

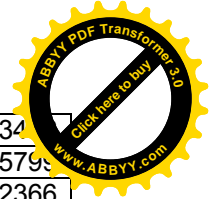
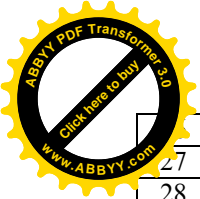
$$K = \frac{0,5}{0,036499235} = 13,698917..$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{9,500}{38}} = 0,5 .$$

Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$Y_{сномв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$
	Екз.оцін.	Уіст.=X*А		
2	100	102,4597125	-0,633	101,82675
3	90	94,44050746	-0,490	93,95001
4	90	94,44050746	-0,025	94,41578
5	100	94,58812998	0,292	94,87984
6	89	89	0,090	89,09034
7	89	95,55514436	-0,130	95,42493
8	95	94,44050746	-0,204	94,23632
9	100	94,66194123	-0,574	94,08788
10	90	94,44050746	0,799	95,23908
11	89	82,81828264	0,849	83,66754
12	100	94,44050746	-0,841	93,59932
13	80	80,19449082	1,045	81,23965
14	89	94,12678395	-0,037	94,08972
15	90	94,58812998	0,073	94,66066
16	100	96,44834749	-0,048	96,40033
17	90	95,48133311	-0,010	95,47167
18	100	96,71215568	-0,015	96,69701
19	100	94,40339101	0,200	94,60332
20	77	81,62415487	0,579	82,20355
21	77	94,58812998	0,677	95,26478
22	100	94,44050746	-0,281	94,15961
23	100	95,48133311	-0,334	95,14701
24	90	91,68857438	-0,588	91,10082
25	100	94,58812998	-0,633	94,58532



	100	94,58812998	-0,854	93,734
27	100	95,48133311	0,877	96,35795
28	100	94,58812998	-0,564	94,02366
29	100	94,44050746	-0,075	94,36509
30	100	94,58812998	-0,747	93,84147
31	85	88,69295063	0,426	89,11891
32	90	94,58812998	0,538	95,12643
33	90	88,76676189	-0,007	88,75984
34	86	94,44050746	-0,222	94,21851
35	86	94,58812998	0,841	95,42917
36	100	94,58812998	-0,337	94,25106
37	90	94,44050746	0,110	94,55003
38	95	93,11693479	-0,322	92,79494
39	100	94,44050746	-0,053	94,38701
Σ	3547	3547	0,000	3547,00000

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

РОЗДІЛ 3. Реалізація процедури строгого зрівноваження

3.5. Реалізація процедури строгого зрівноваження

За формулою (3.19) отримаємо вектор вільних членів нормальних рівнянь

$$= \text{МУМНОЖ}(A46:AL54; AI2: Ai39) F2, \text{Ctrl+Shift+Enter} \quad (5.1)$$

$L' = X_T * Y_{\text{спт.}}$
3547
17021,23616



17645,90966
13821,35646
16594,19815
17097,28816
17151,9949
16225,16543
17469,8646

Вектор
вільних
членів

Вектор коефіцієнтів математичної моделі ,побудованої
в даній монографії, отримаємо за формулою

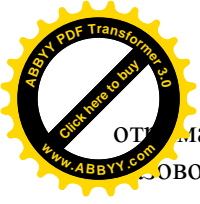
$$A' = QL', \quad (5.2)$$

І в нашому випадку

=МУМНОЖ(A68:I76;R68:R76) F2, Ctrl+Shift+Enter (5.3)

A'=Q*L'	
53,933095	a0
5,379875	a1
5,141703	a2
-0,063645	a3
-1,049493	a4
-6,503593	a5
-0,142141	a6
2,433299	a7
2,890344	a8
Вектор коефіцієнтів	
зрівноваженої моделі	

Таким чином, на основі проведених нами досліджень,



Отримана емпірична формула математичної моделі Я...
...ої дисципліни в рамках наукової школи

$$Y_{\text{моделі}}' = 53.933095X_0 + 5.379875X_1 + 5.14170X_2 - 0.063645X_3 - 1.049493X_4 - 6.503593X_5 - 0.1142141X_6 + 2.433299X_7 + 2.890344X_8. \quad (5.4)$$

3.6. Контроль зрівноваження

Перший контроль виконання процедури зрівноваження виконується за формулою

$$L' = N * A' \quad (6.1)$$

або для нашого розрахункового файла
=МУМНОЖ(A57:I65;T68:T76)) F2, Ctrl+Shift+Enter (6.2)

І в нашому випадку

L'=N*A'
3547,000
17021,236
17645,910
13821,356
16594,198
17097,288
17151,995
16225,165
17469,865
Контроль 1

Другий контроль процедури зрівноваження виконується за формулою



$$\begin{aligned} & [YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] - \\ & - a_5[YX_5] - a_6[YX_6] - a_7[YX_7] - a_8[YX_8] = [VV] \end{aligned} \quad (6.3)$$

У формулі (6.3) символом [] позначені суми за Гаусом. Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою

$$=S40-МУМНОЖ(ТРАНСП(Т68:Т76);R68:R76) \quad (6.4)$$

F2, Ctrl+Shift+Enter

В чарунку S40 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (Т68:Т76) знаходилися значення $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$, в діапазоні (R68:R76) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь.

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$|Y^T Y| - \ell K^T = |V^T V| \quad \dots \quad (6.5)$$

В нашому випадку отримали

$$\begin{aligned} |Y^T Y| - \ell K^T &= 6,4643652, \\ |V^T V| &= 6,4643652. \end{aligned}$$

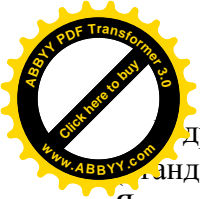
Різниця між даними числами склала $\Delta=0,00000002$, що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Третім контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

$$=ЛИНЕЙН(R2:R39;H2:P39;1;1) \quad F2, Ctrl+Shift+Enter..(6.6)$$

Діапазоном (R2:R39) відмічені екзаменаційні оцінки $Y_{сп}$, діапазоном (H2:P39) відмічені результати експертних оцінок студентів.

В строчці (1) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (3.24) математичної моделі базової дисципліни в рамках функціонування математичної школи .



другій строчці приведені середні квадратичні похибки (стандарти) даних коефіцієнтів.

Як видно із табл.6.1 , лише для коефіцієнтів $a_8, a_7, a_5, a_4, a_2, a_1$ і a_0 середні квадратичні похибки менші самих коефіцієнтів.

Таблиця 6.1. Другий контроль процедури зрівноваження

a_8	a_7	a_6	a_5		
2,890343953	2,433299023	-0,14214063	6,503592932	=ai	A"трансп
0,36853683	0,083959954	0,13876732	0,350531961	стандарт S	$a_i = S \sqrt{d_{ii}}$
0,988708458	0,47213255	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ
317,4117628	29	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
566,0318761	6,464365192	#Н/Д	#Н/Д	$[(Y' - Y_{сп})^2]$	$[VV]$
a_8	a_7	a_6	a_5		

Продовження таблиці 6.1.

a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
-1,049493	-0,063645	5,14170255	5,379875	53,933095
0,177414	0,091649	0,54223826	0,298263	2,8954443
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Розраховуючи зрівноважені значення \tilde{Y} , отримали

Таблиця 6.2.Зрівноважені значення Y'

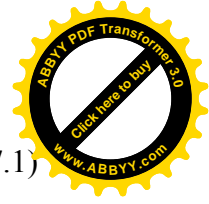
$Y' = X * A'$	$V = Y' - Y_{спт}$	VV
101,9816	0,15482	0,02397
94,36484	0,41483	0,172081
94,36484	-0,05094	0,002594
94,49213	-0,38771	0,150321
89,09034	0,00000	2,67E-24
95,54162	0,11669	0,013617
94,36484	0,12852	0,016517
94,55578	0,46789	0,218924
94,36484	-0,87424	0,764297
83,38571	-0,28183	0,079431
94,36484	0,76552	0,58602
81,20607	-0,03358	0,001127
94,1684	0,07867	0,006189



96,52747	0,12714	0,016165
95,47798	0,00631	3,98E-05
96,6017	-0,09532	0,009085
94,50698	-0,09634	0,009282
82,46778	0,26423	0,069818
94,49213	-0,77265	0,596992
101,9816	0,15482	0,02397
95,47798	0,33097	0,109542
91,27805	0,17724	0,031412
94,49213	-0,09319	0,008684
94,49213	0,75752	0,573832
95,47798	-0,88001	0,774422
94,49213	0,46847	0,219464
94,36484	-0,00025	6,26E-08
94,49213	0,65067	0,423365
88,98497	-0,13395	0,017942
94,49213	-0,63429	0,402328
89,04861	0,28877	0,083389
94,36484	0,14633	0,021412
94,49213	-0,93704	0,878043
94,49213	0,24107	0,058114
94,36484	-0,18519	0,034294
92,65128	-0,14366	0,020637
94,36484	-0,02217	0,000491
3547	6,3E-10	6,464365

3.7. Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою



$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} \quad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 38$; $K = 9$. V - різниця між вирахованим значенням y' і вихідним значенням y_i

$$V_i = y'_i - y_i \quad \dots\dots \quad (7.2)$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.4) значення X початкових рівнянь отримаємо розрахункові значення y' , які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень $Y_{i\text{змн.}}$.

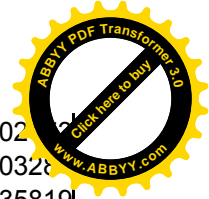
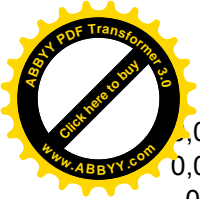
Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

$$\mu = \frac{\sqrt{(6,464365/29)} = 0,472133.}{\text{Коваріаційна матриця} \quad K=N^{-1}\mu^2}$$

8,383597499	0,038852781	-1,307238261	0,021825
0,038852781	0,088960696	-0,027024645	0,004352
-1,307238261	-0,02702464	0,294022336	-0,01043
0,021825238	0,004352011	-0,010429213	0,008399
0,021722177	0,007141627	-0,008883669	-0,0011
0,068521047	-0,06348244	-0,031833165	0,000844
0,024426591	0,003295768	-0,00202444	0,001768
0,007408396	-0,00294619	0,004154258	-0,00151
-0,554745001	-0,01579676	0,040799699	-0,0049
X0	X1	X2	X3

Продовження коваріаційної матриці $K=N^{-1}\mu^2$

0,0217222	0,068521047	0,024426591	0,007408	-0,55475
0,0071416	-0,063482444	0,003295768	-0,00295	-0,0158
-0,008884	-0,031833165	-0,00202444	0,004154	0,0408
-0,001098	0,000844334	0,001768282	-0,00151	-0,0049
0,0314757	-0,023835076	0,004692745	0,00294	-0,01545
-0,023835	0,122872656	-0,000794078	-0,0085	-0,00959



-0,0046927	-0,000794078	0,01925637	-0,00601	-0,02
0,0029397	-0,008503962	-0,00601369	0,007049	0,00322
-0,015449	-0,009591138	-0,024527702	0,003284	0,135819
X4	X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця факторних ознак R

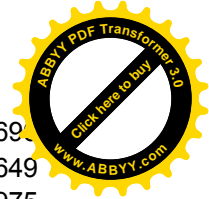
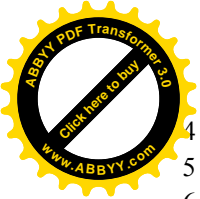
	<i>Столбец 1</i>	<i>Столбец 2</i>	<i>Столбец 3</i>	<i>Столбец 4</i>
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432
Столбец 7	0,439704044	0,063992219	0,090561	-0,100782
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753
	X1	X2	X3	X4

Продовження кореляційної матриці факторних ознак R

<i>Столбец 5</i>	<i>Столбец 6</i>	<i>Столбец 7</i>	<i>Столбец 8</i>
0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
1	0,306225931	0,486201	0,364366
0,306225931	1	0,631377	0,527649
0,486201157	0,631376931	1	0,330486
0,364366275	0,527648579	0,330486	1
X5	X6	X7	X8

Обернена кореляційна матриця Z=1/R

	1	2	3	4
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592



4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,441769
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132

X1 X2 X3 X4

Продовження матриці $Z=1/R$

	5	6	7	8
	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604
	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221
	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873
	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813
	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092
	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744
	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115
	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603
	X5	X6	X7	X8

Частинні коефіцієнти кореляції

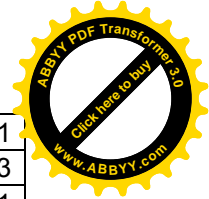
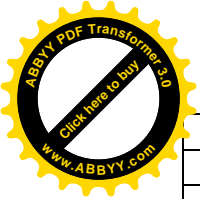
$$r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} \cdot z_{jj})}}$$

	1	2	3	4
1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616
2	-0,1670978	1	-0,20986	-0,092345
3	0,159208161	-0,20986294	1	-0,06752
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285
	X1	X2	X3	X4

Продовження матриці

$$r_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sqrt{(z_{ii} \cdot z_{jj})}}$$

-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424



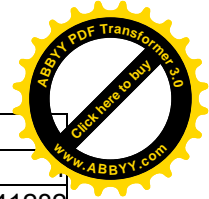
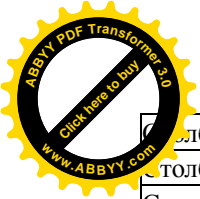
-0,016324827	1	-0,51616	-0,47961
-0,288949188	-0,51615674	1	0,10613
-0,074244046	-0,479610565	0,10613	1
X5	X6	X7	X8

Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту
 $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

	<i>Столбец 1</i>	<i>Столбец 2</i>	<i>Столбец 3</i>	<i>Столбец 4</i>
Столбец 1	1			
Столбец 2	0,566005136	1		
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1	
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	0,035077255
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671
	Y _{спотв.}	X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці $R(Y_{\text{спотв.}}, X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8)$

<i>Столбец 5</i>	<i>Столбец 6</i>	<i>Столбец 7</i>	<i>Столбец 8</i>	<i>Столбец 9</i>
1				
0,36039265	1			
-0,140922936	0,304486	1		
-0,107266457	0,483982	0,63073	1	
0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639	1



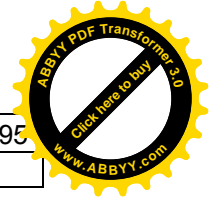
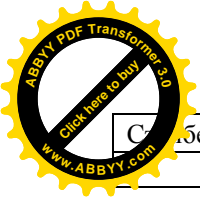
Столбец 3	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1	
Столбец 4	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763	
Столбец 5	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282
Столбец 6	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226
Столбец 7	#ДЕЛ/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455
Столбец 8	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639
Столбец 9	#ДЕЛ/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513
Столбец 10	#ДЕЛ/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245
		X1	X2	X3

Продовження кореляційної матриці істинної моделі

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,365309	1				
-0,13643	0,306226	1			
-0,10078	0,486201	0,631377	1		
0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X4	X5	X6	X7	X8	Үістн.

Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4
Столбец 1	1			
Столбец 2	#ДЕЛ/0!	1		
Столбец 3	0,323592401	#ДЕЛ/0!	1	
Столбец 4	0,103017993	#ДЕЛ/0!	0,3183573	1
Столбец 5	0,027413357	#ДЕЛ/0!	-0,061611	0,166722763
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕЛ/0!	0,1835129	0,216998446
Столбец 7	0,16061577	#ДЕЛ/0!	0,7536904	0,345964044
Столбец 8	0,352719734	#ДЕЛ/0!	0,2767272	0,036817127
Столбец 9	0,511634281	#ДЕЛ/0!	0,439704	0,063992219



Столбец 10	0,211627189	#ДЕЛ/0!	0,3275692	0,048131095
Уекзам.	X0	X1	X2	

Продовження кореляційної матриці результатів екзамену

Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1					
0,099941282	1				
0,020248226	0,365309	1			
-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
X3	X4	X5	X6	X7	X8

Оберненими вагами встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі будуть діагональні елементи оберненої матриці Q.

Середні квадратичні похибки коефіцієнтів розраховують за формулою

$$m_a = \mu \sqrt{Q_{I=J}}, \quad (7.3)$$

Таблиця 7.1. Обернені ваги встановлених нами коефіцієнтів математичної моделі і їх середні квадратичні похибки

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma	
37,60993	6,1326936	2,895444	a0
0,399089	0,6317353	0,298263	a1
1,319023	1,14848736	0,542238	a2



0,037681	0,19411615	0,091649	a3
0,141204	0,37577152	0,177414	a4
0,551223	0,74244396	0,350532	a5
0,086387	0,29391603	0,138767	a6
0,031624	0,17783132	0,08396	a7
0,609304	0,78057916	0,368537	a8

Значимість коефіцієнтів встановлюється за формулою

$$t_a = a / m_a , \quad (7.4)$$

І в нашому випадку отримаємо

t=a/ma	
18,62688	
18,03737	Інтерес
9,482368	Роб.викл.
0,694451	Трудність
5,915502	Наук.пош.
18,55349	Зв'яз.спец
1,024309	Моногр.1
28,98166	Моногр.2
7,842755	Наук.школ
Значимість	

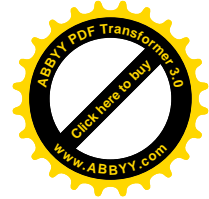
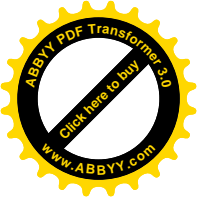
$$t(0,05;30)= 2,042272$$

Для коефіцієнтів регресії $a_0, a_1, a_2, a_4, a_5, a_7, a_8$ $t > t(0,05;30)$, тобто коефіцієнти регресії статистично значимі, а значить і сама математична модель адекватно описує якість засвоєння дисципліни.

Коефіцієнти a_3, a_6 незначимі і їх можна виключити з розгляду.

Згідно таблиці 6.1 коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,9885511$, тобто маємо дуже тісну кореляцію з моделлю.

За критерієм Фішера-Снедекора ми отримали



F _{0,05;8;29}	2,278251
F=356,405	F>Fтабл.

Оскільки $F > F(0.05; 8; 29)$, тобто $(356,405 > 2,278)$, то згідно критерію Фішера з надійністю $P=0,95$ математичну модель

$$Y_{\text{моделі}}' = 53.933095X_0 + 5.379875X_1 + 5.14170X_2 - 0.063645X_3 - 1.049493X_4 - 6.503593X_5 - 0.1142141X_6 + 2.433299X_7 + 2.890344X_8.$$

можна вважати адекватною експериментальним даним і на підставі прийнятої моделі можна проводити педагогічний аналіз.

Знайдемо значення оберненої ваги зрівноваженої функції $1/P_y'$ за Формулою

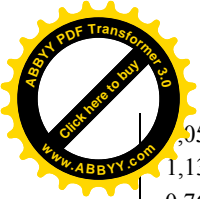
$$\frac{1}{P_\varphi} = \varphi Q \varphi^T \quad (7.5)$$

Для цього попередньо перемножимо матриці

$$Q' = XN^{-1}, \quad (7.6)$$

=МУМНОЖ(Н2:P39;A68:I76) F2, Ctrl+Shift+Enter. (7.7)
Допоміжна матриця Q'

-0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
	-1,53E-							
5	14		-1 3,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15	1,24E-14
-0,3495	-0,0201	0,0736	-0,0302	-0,1015	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,3499	-0,0076	0,08054	-0,072	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	-0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328



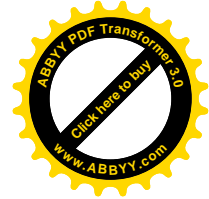
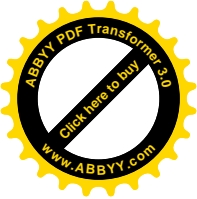
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,1387	-0,0198	0,0202	-0,0046	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0266
-0,7665	-0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0015	0,0118	0,1610
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,3490	-0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,7332	-0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757
-0,1658	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
-0,5278	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,0447	-0,1190	0,0509
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	-0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	-0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2305	-0,3482	0,0614	0,0207	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0415
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,3285	-0,3677	0,1082	-0,0170	0,0027	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,2521	0,0119	0,0338	-0,0352	0,0396	-0,0215	-0,0038	0,0121	0,0146
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294
2,1391	0,0507	-0,1094	-0,0083	-0,0322	0,1285	0,0852	-0,0158	-0,5254
-0,0562	0,0509	-0,0598	0,0402	0,0298	-0,0139	0,0121	-0,0015	-0,0294

Обернену вагу $1/P_{\phi}$ знаходимо порядковим множенням $=\text{МУМНОЖ}(W2:AE2;A46:A54)$ F2, Ctrl+Shift+Enter ,

(7.8)

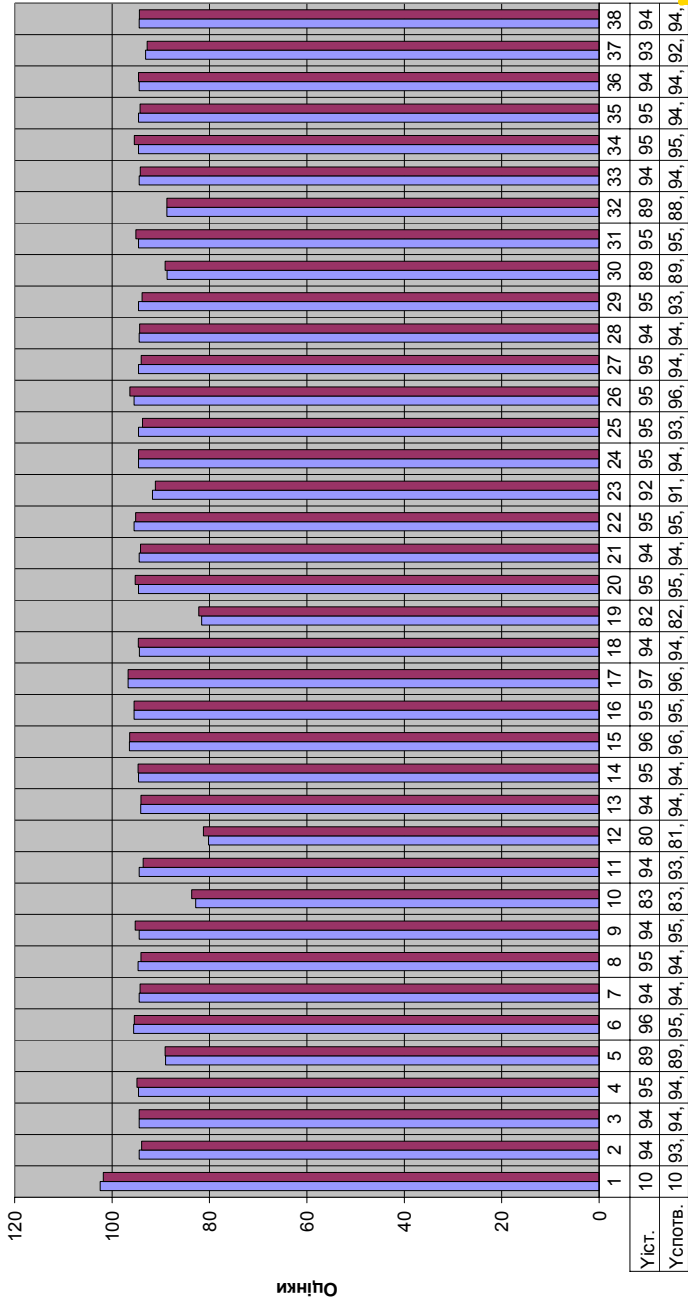
де першою строчкою (W2:AE2) буде перша строчка матриці Q', стовпчиком (A46:A54) ,буде перший стовпчик транспонованої матриці X^T .

Таблиця 7.2. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки



$1/Py'$	$\sqrt{1/Py'}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,329718
0,08594	0,293155	0,138408
0,08594	0,293155	0,138408
0,075925	0,275546	0,130094
1	1	0,472133
0,487704	0,698358	0,329718
0,13783	0,371254	0,175281
0,08594	0,293155	0,138408
0,183961	0,428907	0,202501
0,08594	0,293155	0,138408
0,62038	0,787642	0,371871
0,08594	0,293155	0,138408
0,945212	0,97222	0,459017
0,263131	0,512963	0,242186
0,075925	0,275546	0,130094
0,469169	0,684959	0,323392
0,115006	0,339126	0,160112
0,318474	0,564335	0,266441
0,148166	0,384923	0,181735
0,569883	0,754906	0,356416
0,075925	0,275546	0,130094
0,08594	0,293155	0,138408
0,115006	0,339126	0,160112
0,550332	0,741844	0,350249
0,075925	0,275546	0,130094
0,075925	0,275546	0,130094
0,115006	0,339126	0,160112
0,075925	0,275546	0,130094
0,08594	0,293155	0,138408
0,075925	0,275546	0,130094
0,383167	0,619005	0,292252
0,075925	0,275546	0,130094
0,379526	0,616057	0,29086
0,08594	0,293155	0,138408
0,075925	0,275546	0,130094
0,075925	0,275546	0,130094
0,08594	0,293155	0,138408
0,579391	0,761177	0,359377
0,08594	0,293155	0,138408

Істинна і слотворена моделі

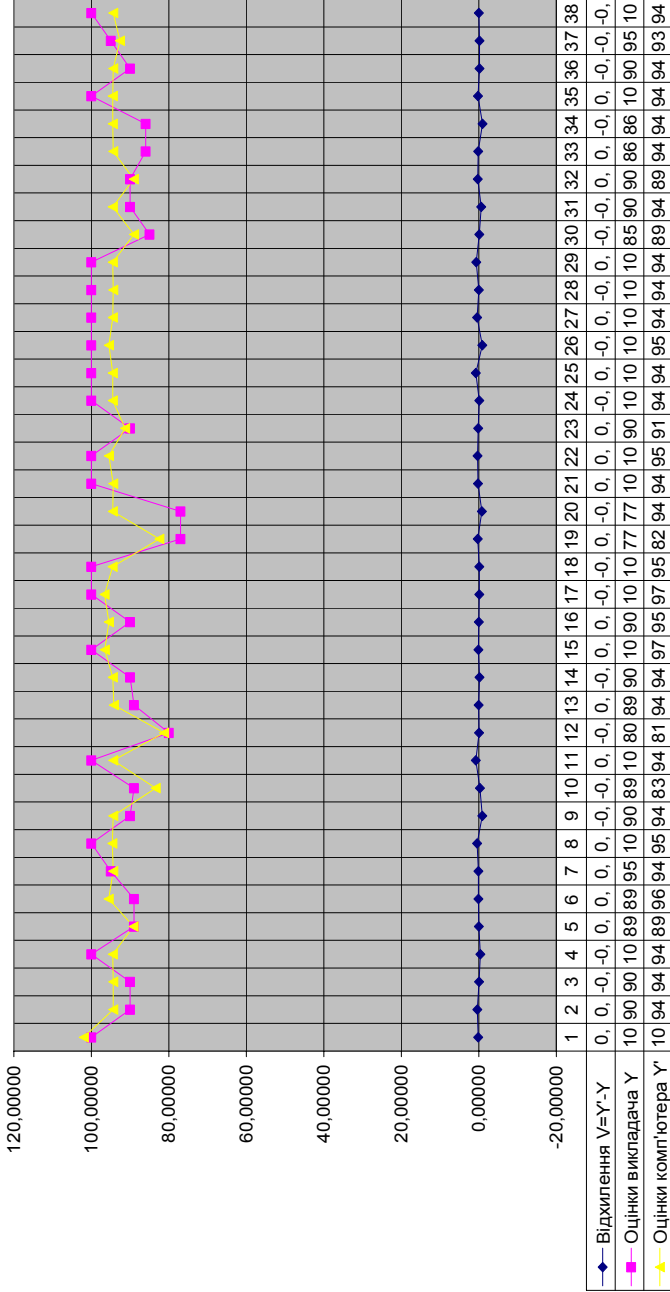


Екзаменуємі

Уіст.	10	94	94	95	89	94	95	94	83	94	80	94	95	96	95	97	94	82	95	94	95	92	95	95	95	94	95	94	94	93	96	94	94	93	89	95	88	94	95	94	94	92	94	
Услотв.	10	93	94	94	89	95	94	94	83	93	81	94	94	96	95	96	94	82	95	94	95	91	94	93	96	94	94	93	96	94	93	96	94	93	89	95	88	94	95	94	94	94	92	94

Оцінки

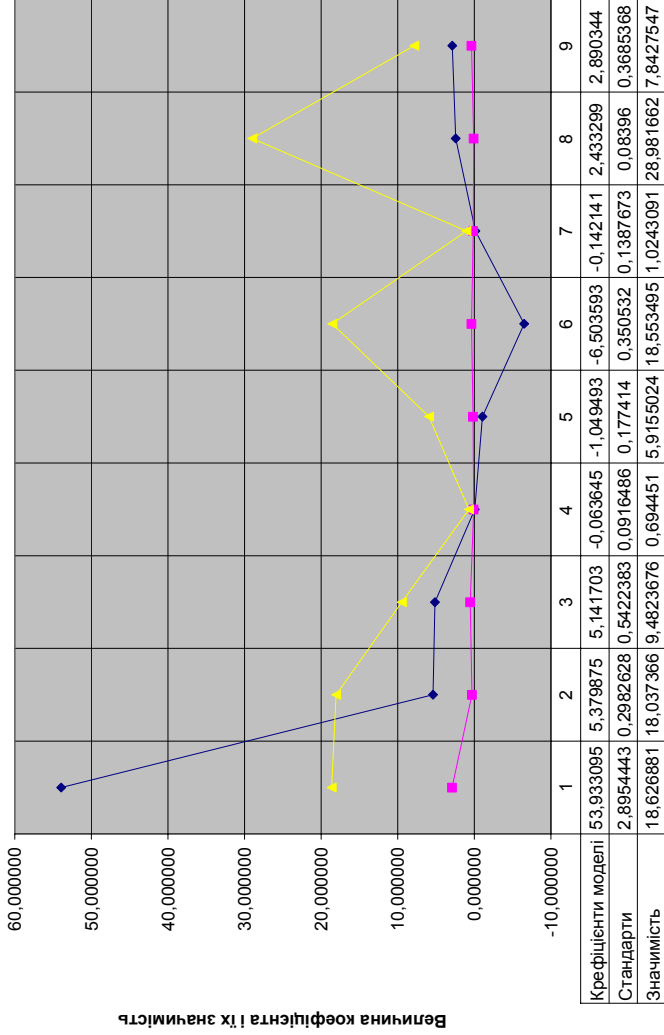
Екзаменаційні оцінки

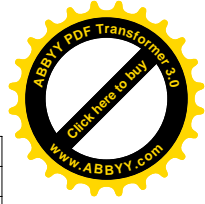


Бали по шкалі EST

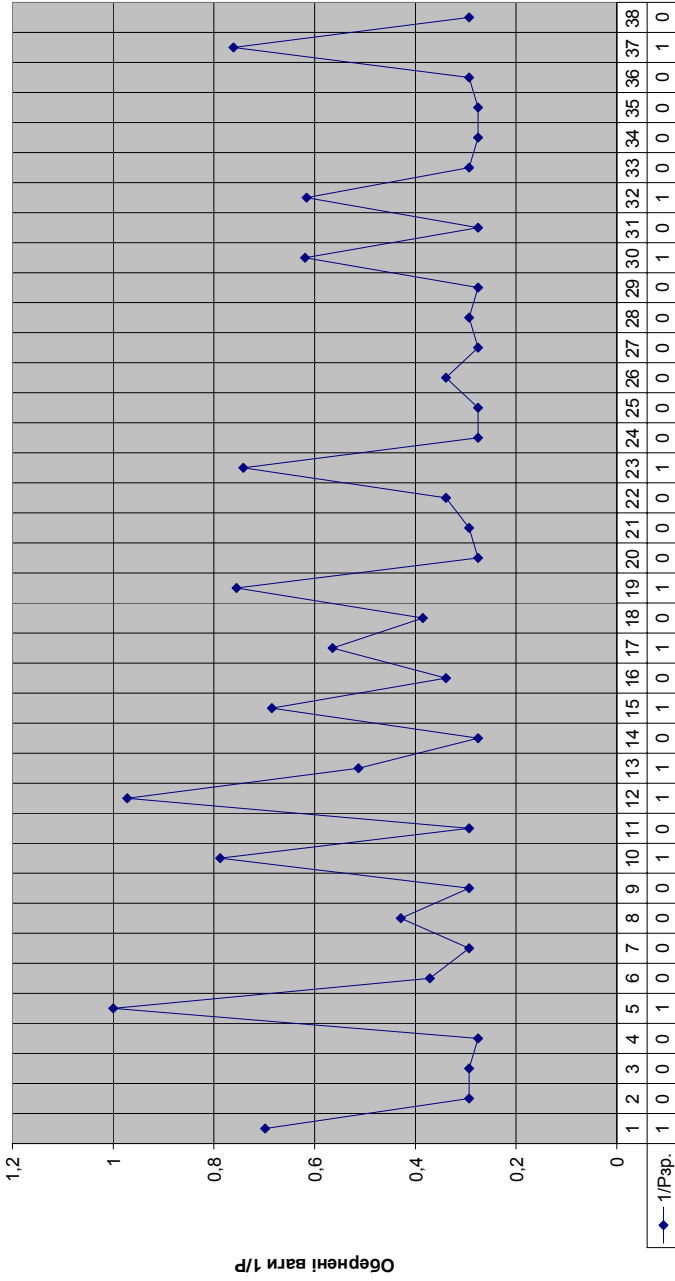
Порядковий номер студента

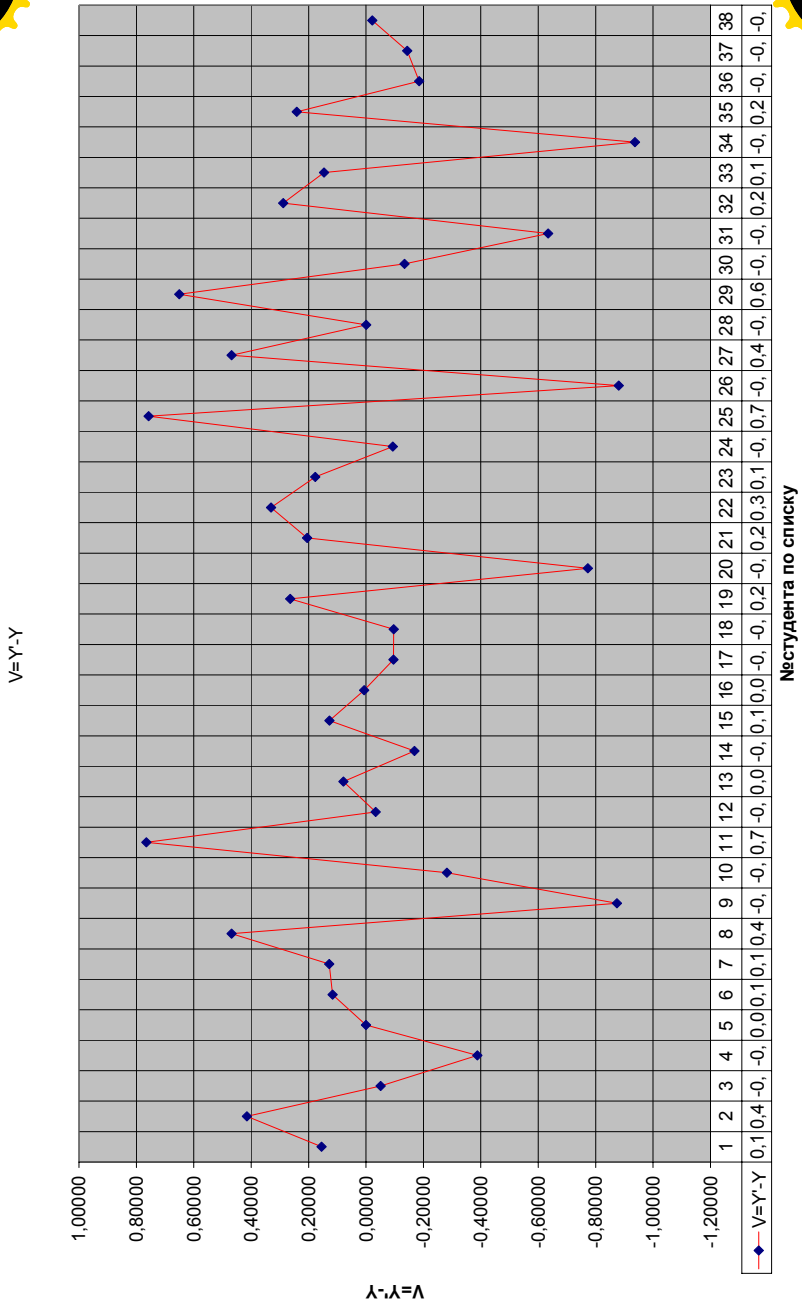
Коефіцієнти моделі і їх значимість





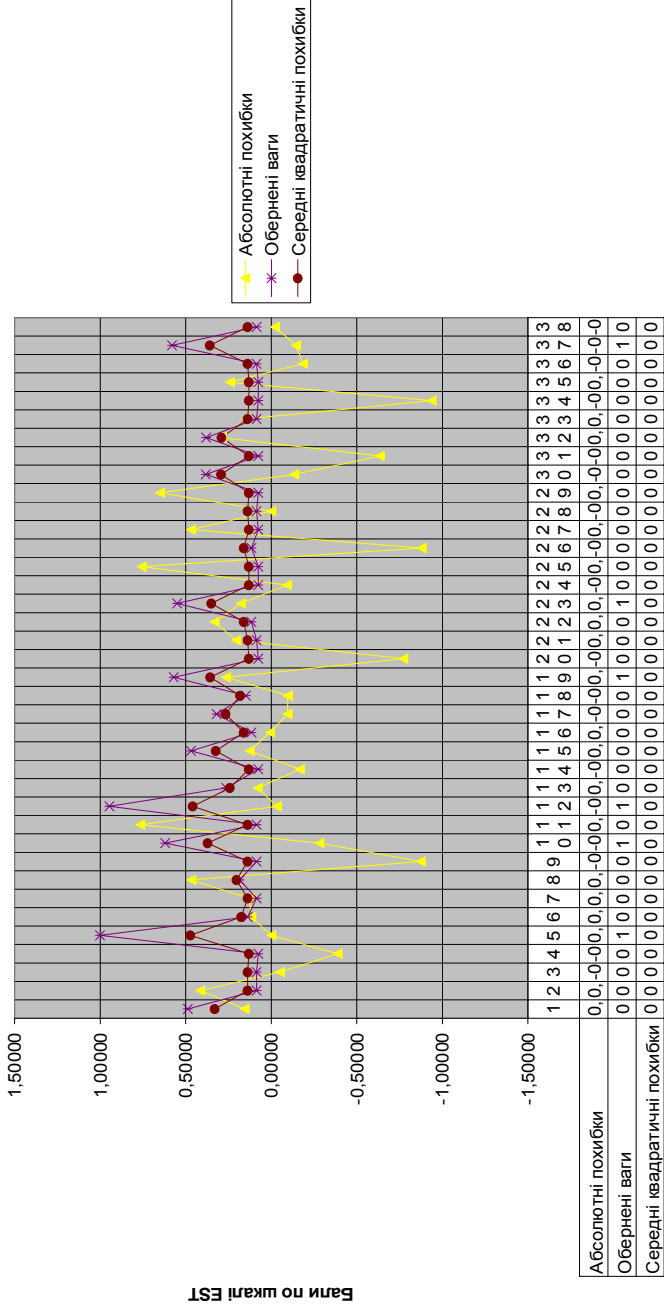
Обернені ваги



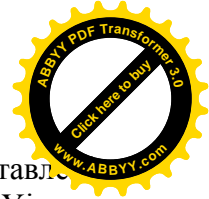
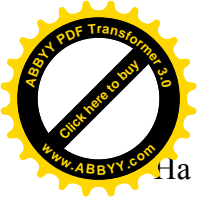




Порівняльний аналіз похибок



Вали по шкалі EST



На першій діаграмі «Істинна модель» (стор.29) представлені екзаменаційні оцінки істинної математичної моделі $Y_{\text{істн.}}$, розробленої Р.М.Літнарівичем і приведеної значеннями « Y ». Крім того, на діаграмі представлені експертні оцінки $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$ факторної множинної регресії.

На другій діаграмі (с.52) приведені значення « $U_{\text{істн.}}$ » (лівий стовпчик) і « $U_{\text{спотв.}}$ » - оцінки спотвореної моделі (правий стовпчик), побудованої автором даної монографії.

На третій діаграмі проілюстровані оцінки викладача Y і комп'ютера Y' , а також їх відхилення V .

На четвертій діаграмі «Коефіцієнти моделі і їх значимість» дана графічна інтерпретація коефіцієнтів побудованої в даній монографії математичній моделі, їх стандартні похибки і статистична значимість коефіцієнтів.

На п'ятій діаграмі представлені обернені ваги зрівноваженої функції.

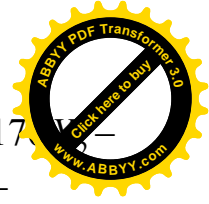
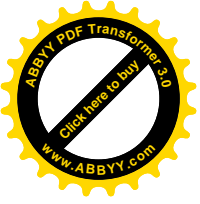
На шостій діаграмі проілюстровані абсолютні відхилення зрівноваженої моделі від істинної.

Сьома діаграма ілюструє порівняльний аналіз похибок зрівноваженої математичної моделі.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності екзаменаційних оцінок і функціональних ознак результатів анкетування студентів, які отримали ту чи іншу оцінку.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула



$$Y_{\text{моделі}}' = 53.933095X_0 + 5.379875X_1 + 5.1417X_2 - 0.063645X_3 - 1.049493X_4 - 6.503593X_5 - 0.1142141X_6 + 2.433299X_7 + 2.890344X_8.$$

залежності екзаменаційних оцінок Y' і факторних ознак X_i .

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає $\mu = 0,472133$ бала.

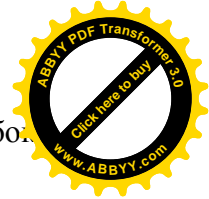
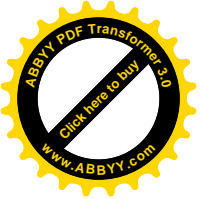
Середні квадратичні похибки виведених нами коефіцієнтів

2,895444	ma0
0,298263	ma1
0,542238	ma2
0,091649	ma3
0,177414	ma4
0,350532	ma5
0,138767	ma6
0,08396	ma7
0,368537	ma8

Статистична значимість встановлених нами коефіцієнтів

t=a/ma	
18,62688	
18,03737	Інтерес
9,482368	Роб.викл.
0,694451	Трудність
5,915502	Наук.пош.
18,55349	Зв'яз.спец
1,024309	Моногр.1
28,98166	Моногр.2
7,842755	Наук.школ

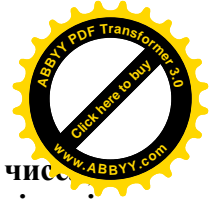
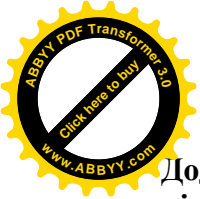
6. Встановлені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{φ} .



7. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
8. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в педагогіці .

Літературні джерела

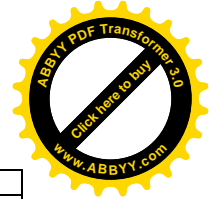
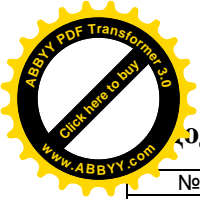
1. Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Апроксимація поліномом першого степеня. Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.
2. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МЕГУ, Рівне,- 383 с.
3. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МЕГУ, Рівне, 2009, -32с.
4. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, -17с.
5. Літнарівич Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006, - 17с.
6. Літнарівич Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло. Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.
- 7.Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна Психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник -К.: МАУП, 2004, -128 с.
8. Якимчук А.Й.Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло.Множинний регресійний аналіз.Модель ДА-50.МЕГУ,Рівне,2009,-72с.



Додатки

Додаток 1. Генерування псевдовипадкових чисел і підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

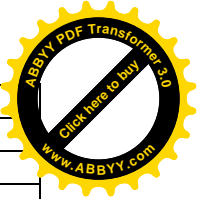
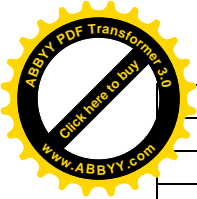
$\xi = \text{слчис}() * 0,01 * N$		$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp.}$		$\Delta i'^2$	$\Delta i = k * \Delta'_i$	Δ_i^2
$\xi_{\text{середн.}}$						
2	0,0165	0,063	-0,046	0,002	-0,633	0,401
3	0,0269	0,063	-0,036	0,001	-0,490	0,241
4	0,0609	0,063	-0,002	0,000	-0,025	0,001
5	0,084	0,063	0,021	0,000	0,292	0,085
6	0,0693	0,063	0,007	0,000	0,090	0,008
7	0,0532	0,063	-0,010	0,000	-0,130	0,017
8	0,0478	0,063	-0,015	0,000	-0,204	0,042
9	0,0208	0,063	-0,042	0,002	-0,574	0,330
10	0,121	0,063	0,058	0,003	0,799	0,638
11	0,1247	0,063	0,062	0,004	0,849	0,721
12	0,0013	0,063	-0,061	0,004	-0,841	0,708
13	0,139	0,063	0,076	0,006	1,045	1,092
14	0,06	0,063	-0,003	0,000	-0,037	0,001
15	0,068	0,063	0,005	0,000	0,073	0,005
16	0,0592	0,063	-0,004	0,000	-0,048	0,002
17	0,062	0,063	-0,001	0,000	-0,010	0,000
18	0,0616	0,063	-0,001	0,000	-0,015	0,000
19	0,0773	0,063	0,015	0,000	0,200	0,040
20	0,105	0,063	0,042	0,002	0,579	0,336
21	0,1121	0,063	0,049	0,002	0,677	0,458
22	0,0422	0,063	-0,021	0,000	-0,281	0,079
23	0,0383	0,063	-0,024	0,001	-0,334	0,112
24	0,0198	0,063	-0,043	0,002	-0,588	0,345
25	0,0625	0,063	0,000	0,000	-0,003	0,000
26	0,0004	0,063	-0,062	0,004	-0,854	0,728
27	0,1267	0,063	0,064	0,004	0,877	0,769
28	0,0215	0,063	-0,041	0,002	-0,564	0,319
29	0,0572	0,063	-0,006	0,000	-0,075	0,006
30	0,0082	0,063	-0,055	0,003	-0,747	0,558
31	0,0938	0,063	0,031	0,001	0,426	0,181
32	0,102	0,063	0,039	0,002	0,538	0,290
33	0,0622	0,063	-0,001	0,000	-0,007	0,000
34	0,0465	0,063	-0,016	0,000	-0,222	0,049
35	0,1241	0,063	0,061	0,004	0,841	0,707
36	0,0381	0,063	-0,025	0,001	-0,337	0,114
37	0,0707	0,063	0,008	0,000	0,110	0,012
38	0,0392	0,063	-0,024	0,001	-0,322	0,104
39	0,0588	0,063	-0,004	0,000	-0,053	0,003
40	$\sum 2,383$	2,383	0,000	0,051	0,000	9,500
40	A	B	C	D	E	F



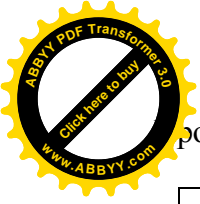
Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

№	G	E	$\Delta i = k * \Delta_i$	R
1	$Y_{\text{іст.}} = X * A$			$Y_{\text{сп.}} = Y_{\text{іст.}} + \Delta i$
2	101,9815723		-0,633	101,82675
3	94,36484115		-0,490	93,95001
4	94,36484115		-0,025	94,41578
5	94,49213201		0,292	94,87984
6	89,09034075		0,090	89,09034
7	95,54162476		-0,130	95,42493
8	94,36484115		-0,204	94,23632
9	94,55577744		-0,574	94,08788
10	94,36484115		0,799	95,23908
11	83,38570903		0,849	83,66754
12	94,36484115		-0,841	93,59932
13	81,20606825		1,045	81,23965
14	94,16839788		-0,037	94,08972
15	94,49213201		0,073	94,66066
16	96,52747208		-0,048	96,40033
17	95,47797933		-0,010	95,47167
18	96,6016969		-0,015	96,69701
19	94,50698179		0,200	94,60332
20	82,46777753		0,579	82,20355
21	94,49213201		0,677	95,26478
22	94,36484115		-0,281	94,15961
23	95,47797933		-0,334	95,14701
24	91,27805392		-0,588	91,10082
25	94,49213201		-0,003	94,58532
26	94,49213201		-0,854	93,73462
27	95,47797933		0,877	96,35799
28	94,49213201		-0,564	94,02366
29	94,36484115		-0,075	94,36509
30	94,49213201		-0,747	93,84147
31	88,98496578		0,426	89,11891
32	94,49213201		0,538	95,12643
33	89,04861121		-0,007	88,75984
34	94,36484115		-0,222	94,21851
35	94,49213201		0,841	95,42917
36	94,49213201		-0,337	94,25106
37	94,36484115		0,110	94,55003
38	92,65128081		-0,322	92,79494
39	94,36484115		-0,053	94,38701
40	3547		0,000	3547,00000

Додаток 3. Матриця коефіцієнтів початкових рівнянь



1	1	5	5	4	4	4	5	5	5
2	1	5	5	5	5	5	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	3	5	5	5	5	5
5	1	4	4	3	4	4	5	4	5
6	1	5	5	3	4	5	5	5	5
7	1	5	5	5	5	5	5	5	5
8	1	5	5	2	5	5	5	5	5
9	1	5	5	5	5	5	5	5	5
10	1	4	5	4	5	4	5	0	5
11	1	5	5	5	5	5	5	5	5
12	1	4	5	4	5	4	0	0	4
13	1	4	5	4	4	4	5	4	5
14	1	5	5	3	5	5	5	5	5
15	1	5	5	4	3	5	5	5	5
16	1	5	5	4	4	5	5	5	5
17	1	4	5	4	4	4	5	5	5
18	1	5	5	5	5	5	4	5	5
19	1	5	5	3	5	5	4	0	5
20	1	5	5	3	5	5	5	5	5
21	1	5	5	5	5	5	5	5	5
22	1	5	5	4	4	5	5	5	5
23	1	4	5	4	4	4	5	4	4
24	1	5	5	3	5	5	5	5	5
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	4	4	5	5	5	5
27	1	5	5	3	5	5	5	5	5
28	1	5	5	5	5	5	5	5	5
29	1	5	5	3	5	5	5	5	5
30	1	4	5	5	5	5	5	5	5
31	1	5	5	3	5	5	5	5	5
32	1	4	5	4	5	5	5	5	5
33	1	5	5	5	5	5	5	5	5
34	1	5	5	3	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	5	5	5	5	5	5
37	1	5	5	3	4	5	5	5	4
38	1	5	5	5	5	5	5	5	5



Продовження матриці $Q=N^{-1}$

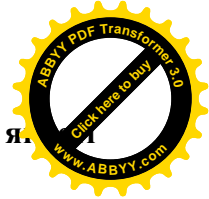
0,0974486	0,307394507	0,109580929	0,033235	-2,48866
0,0320383	-0,284790668	0,014785251	-0,01322	-0,07087
-0,039853	-0,142807802	-0,009081906	0,018637	0,183033
-0,004925	0,003787794	0,007932749	-0,00678	-0,02198
0,1412042	-0,106927314	0,021052276	0,013188	-0,06931
-0,106927	0,551223037	-0,003562341	-0,03815	-0,04303
0,0210523	-0,003562341	0,086386633	-0,02698	-0,11003
0,0131881	-0,0381499	-0,02697821	0,031624	0,014732
-0,069307	-0,043027119	-0,110034524	0,014732	0,609304

Додаток 7. Вектор вільних членів

$L'=X_T \cdot Y_{\text{спт.}}$
3547
17021,23616
17645,90966
13821,35646
16594,19815
17097,28816
17151,9949
16225,16543
17469,8646

Додаток 8. Коефіцієнти математичної моделі

$A'=Q \cdot L'$	
53,933095	a0
5,379875	a1
5,141703	a2
-0,063645	a3
-1,049493	a4
-6,503593	a5
-0,142141	a6
2,433299	a7
2,890344	a8



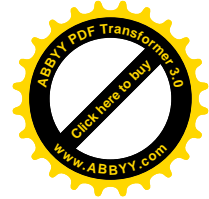
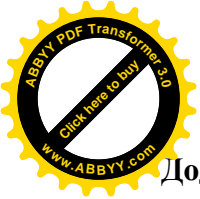
Додаток 9. Нами отримана емпірична формула я.
засвоєння навчального матеріалу

$$Y_{\text{моделі}}' = 53.933095X_0 + 5.379875X_1 + 5.14170X_2 - 0.063645X_3 - 1.049493X_4 - 6.503593X_5 - 0.1142141X_6 + 2.433299X_7 + 2.890344X_8.$$

Додаток 10. Контроль зрівноваження

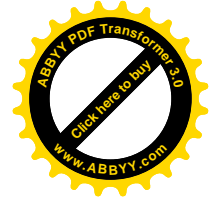
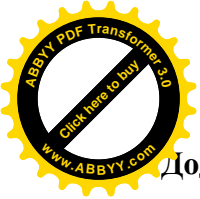
L'=N*A'
3547,000
17021,236
17645,910
13821,356
16594,198
17097,288
17151,995
16225,165
17469,865

	[YY]-L'A'™=	6,4643652
Контроль2	[VV]=	6,4643652

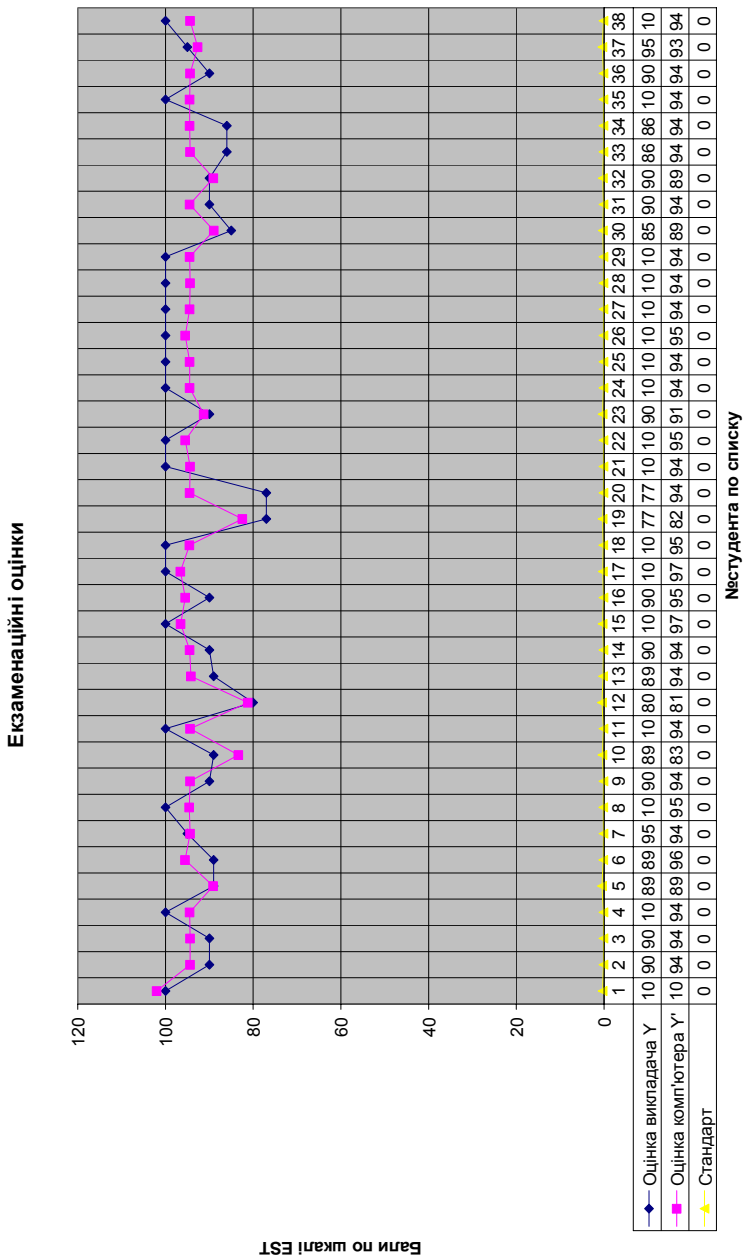


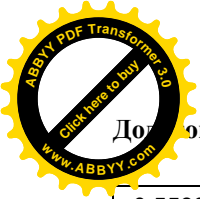
Додаток 11. Результати зрівноваження

$Y'=X*A'$	$V=Y'-Y_{СПТ}$	VV
101,9815723	0,15482	0,02397
94,36484115	0,41483	0,172081
94,36484115	-0,05094	0,002594
94,49213201	-0,38771	0,150321
89,09034075	0,00000	2,67E-24
95,54162476	0,11669	0,013617
94,36484115	0,12852	0,016517
94,55577744	0,46789	0,218924
94,36484115	-0,87424	0,764297
83,38570903	-0,28183	0,079431
94,36484115	0,76552	0,58602
81,20606825	-0,03358	0,001127
94,16839788	0,07867	0,006189
94,49213201	-0,16853	0,028402
96,52747208	0,12714	0,016165
95,47797933	0,00631	3,98E-05
96,6016969	-0,09532	0,009085
94,50698179	-0,09634	0,009282
82,46777753	0,26423	0,069818
94,49213201	-0,77265	0,596992
94,36484115	0,20523	0,042121
95,47797933	0,33097	0,109542
91,27805392	0,17724	0,031412
94,49213201	-0,09319	0,008684
94,49213201	0,75752	0,573832
95,47797933	-0,88001	0,774422
94,49213201	0,46847	0,219464
94,36484115	-0,00025	6,26E-08
94,49213201	0,65067	0,423365
88,98496578	-0,13395	0,017942
94,49213201	-0,63429	0,402328
89,04861121	0,28877	0,083389
94,36484115	0,14633	0,021412
94,49213201	-0,93704	0,878043
94,49213201	0,24107	0,058114
94,36484115	-0,18519	0,034294
92,65128081	-0,14366	0,020637
94,36484115	-0,02217	0,000491
3547	-2,23E-10	6,464365



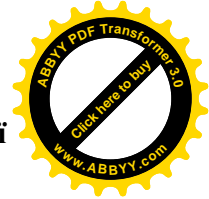
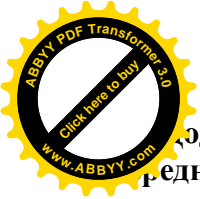
Додаток 12. Істинні і абсолютні похибки моделі





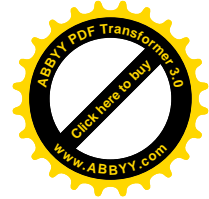
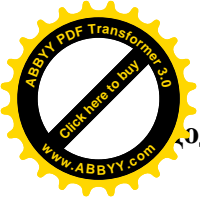
Додаток 13. Допоміжна матриця $Q'=XN'$

0,5589	0,2841	0,1696	0,0036	0,0004	-0,4619	-0,0133	0,0302	0,1049
0,056240	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,056240	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
	-1,53E-							1,24E-
5	14	-13,05E-16	-1,1E-14	2,37E-14	-3,4E-15	-1,3E-15		14
0,34951	0,0201	0,0736	-0,0302	-0,10150	0,0854	-0,0248	-0,0011	0,0838
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,34997	-0,007	0,0805	-0,0728	0,0445	-0,0252	-0,0117	0,0188	0,0365
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
-0,8020	0,0168	0,1578	0,0130	0,0436	-0,0933	0,1278	-0,1014	0,0328
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
1,13873	0,0198	0,0202	-0,004	0,0077	-0,0325	-0,1940	0,0187	-0,0263
0,76653	0,1017	0,2722	-0,0091	-0,0447	-0,1390	-0,0011	0,0118	0,1610
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,34905	0,0326	0,0666	0,0123	-0,2476	0,1961	-0,0379	-0,0210	0,1311
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
0,73329	0,1149	0,2908	-0,0158	-0,0315	-0,1771	-0,0281	0,0434	0,1757
0,16582	0,0361	-0,0507	0,0322	0,0087	-0,0103	-0,0743	0,0255	0,0806
0,52782	0,0631	-0,0503	-0,0092	-0,0473	0,1728	0,04471	-0,1190	0,0509
0,25206	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,05624	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
1,7221	0,0308	0,0892	0,0128	0,0245	-0,0959	0,1088	-0,0028	-0,4482
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
-0,2516	0,0006	0,0268	0,0074	-0,1064	0,0892	-0,0169	-0,0078	0,0618
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2305	0,3481	0,0614	0,0206	-0,0022	0,2709	-0,0027	0,0117	0,0414
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,3284	0,3676	0,1082	-0,0170	0,0026	0,2671	-0,0106	0,0185	0,0634
0,0562	0,0509	-0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,2520	0,0118	0,0337	-0,0351	0,0396	-0,0214	-0,0037	0,0120	0,0145
0,0562	0,0509	0,0598	0,04018	0,0298	-0,0138	0,01208	-0,0014	-0,0294
2,1391	0,0507	0,1094	-0,0082	-0,0322	0,1285	0,0851	-0,0158	0,5254
0,0562	0,0509	0,0598	0,0401	0,0298	-0,0138	0,0120	-0,0014	-0,0294



Таблиця 14. Обернені ваги зрівноваженої функції і її середні квадратичні похибки

$1/Py'$	$\sqrt{(1/Py')}$	$m(y')$
0,487704	0,698358	0,329718
0,08594	0,293155	0,138408
0,08594	0,293155	0,138408
0,075925	0,275546	0,130094
1	1	0,472133
0,13783	0,371254	0,175281
0,08594	0,293155	0,138408
0,183961	0,428907	0,202501
0,08594	0,293155	0,138408
0,62038	0,787642	0,371871
0,08594	0,293155	0,138408
0,945212	0,97222	0,459017
0,263131	0,512963	0,242186
0,075925	0,275546	0,130094
0,469169	0,684959	0,323392
0,115006	0,339126	0,160112
0,318474	0,564335	0,266441
0,148166	0,384923	0,181735
0,569883	0,754906	0,356416
0,075925	0,275546	0,130094
0,08594	0,293155	0,138408
0,115006	0,339126	0,160112
0,550332	0,741844	0,350249
0,075925	0,275546	0,130094
0,075925	0,275546	0,130094
0,115006	0,339126	0,160112
0,075925	0,275546	0,130094
0,08594	0,293155	0,138408
0,075925	0,275546	0,130094
0,383167	0,619005	0,292252
0,075925	0,275546	0,130094
0,379526	0,616057	0,29086
0,08594	0,293155	0,138408
0,075925	0,275546	0,130094
0,075925	0,275546	0,130094
0,08594	0,293155	0,138408
0,579391	0,761177	0,359377
0,08594	0,293155	0,138408



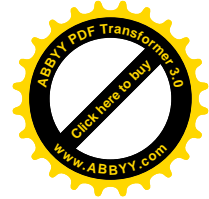
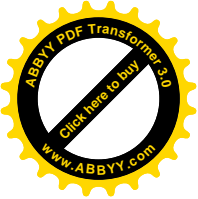
Додаток 15. Оцінка точності коефіцієнтів моделі

1/Pa	$\sqrt{(1/Pa)}$	ma
37,60993	6,1326936	2,895444
0,399089	0,6317353	0,298263
1,319023	1,14848736	0,542238
0,037681	0,19411615	0,091649
0,141204	0,37577152	0,177414
0,551223	0,74244396	0,350532
0,086387	0,29391603	0,138767
0,031624	0,17783132	0,08396
0,609304	0,78057916	0,368537

Додаток 16. Статистична значущість коефіцієнтів моделі

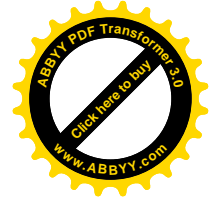
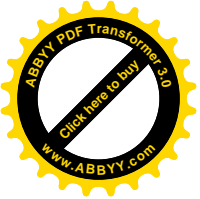
t=a/ma	
18,62688	
18,03737	Інтерес
9,482368	Роб.викл.
0,694451	Трудність
5,915502	Наук.пош.
18,55349	Зв'яз.спец
1,024309	Моногр.1
28,98166	Моногр.2
7,842755	Наук.школ

Додаток 17. Статистичні характеристики коефіцієнтів моделі



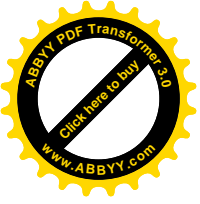
<i>Столбец1</i>	<i>Y'</i>
Среднее	93,34211
Стандартная ошибка	0,638385
Медиана	94,46056
Мода	94,46056
Стандартное отклонение	3,935271
Дисперсия выборки	15,48636
Эксцесс	4,247301
Асимметричность	-1,76384
Интервал	21,382
Минимум	80,67039
Максимум	102,0524
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,0524
Наименьший(1)	80,67039
Уровень надежности(95,0%)	1,293491

<i>Столбец1</i>	<i>Услотв.</i>
Среднее	93,34210526
Стандартная ошибка	0,67809203
Медиана	94,32428108
Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	4,180040004
Дисперсия выборки	17,47273444
Эксцесс	4,319111163
Асимметричность	-1,738146522
Интервал	22,87013464
Минимум	79,55525088
Максимум	102,4253855
Сумма	3547
Счет	38
Наибольший(1)	102,4253855
Наименьший(1)	79,55525088
Уровень надежности(95,0%)	1,37394495



<i>Столбец2</i>	<i>X1</i>
Среднее	4,789473684
Стандартная ошибка	0,067022583
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,41315495
Дисперсия выборки	0,170697013
Эксцесс	0,195277778
Асимметричность	-1,479132976
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	182
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,135800652

<i>Столбец3</i>	<i>X2</i>
Среднее	4,973684
Стандартная ошибка	0,026316
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,162221
Дисперсия выборки	0,026316
Эксцесс	38
Асимметричность	-6,164414
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	189
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,053321



<i>Столбец 4</i>	<i>X3</i>
Среднее	3,894737
Стандартная ошибка	0,145044
Медиана	4
Мода	3
Стандартное отклонение	0,894109
Дисперсия выборки	0,799431
Эксцесс	-1,28133
Асимметричность	-0,024544
Интервал	3
Минимум	2
Максимум	5
Сумма	148
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	2
Уровень надежности(95,0%)	0,293886

<i>Столбец5</i>	<i>X4</i>
Среднее	4,684211
Стандартная ошибка	0,085218
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,525319
Дисперсия выборки	0,27596
Эксцесс	1,126072
Асимметричность	-1,40317
Интервал	2
Минимум	3
Максимум	5
Сумма	178
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	3
Уровень надежности(95,0%)	0,172668



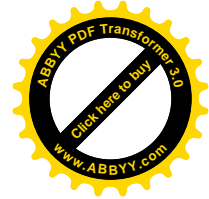
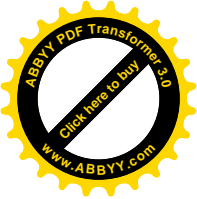
<i>Столбец6</i>	<i>X5</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,06373
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,392859
Дисперсия выборки	0,154339
Экссесс	0,925609
Асимметричность	-1,69696
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,12913

<i>Столбец7</i>	<i>X6</i>
Среднее	4,815789
Стандартная ошибка	0,135227
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,833594
Дисперсия выборки	0,694879
Экссесс	32,21157
Асимметричность	-5,5434
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	183
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,273996

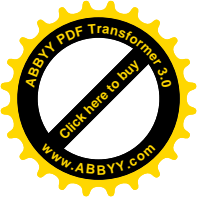


<i>Столбец8</i>	<i>X7</i>
Среднее	4,526316
Стандартная ошибка	0,222289
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	1,37028
Дисперсия выборки	1,877667
Экссесс	8,110829
Асимметричность	-3,0518
Интервал	5
Минимум	0
Максимум	5
Сумма	172
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	0
Уровень надежности(95,0%)	0,4504

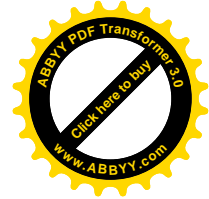
<i>Столбец9</i>	<i>X8</i>
Среднее	4,921053
Стандартная ошибка	0,044331
Медиана	5
Мода	5
Стандартное отклонение	0,273276
Дисперсия выборки	0,07468
Экссесс	9,054512
Асимметричность	-3,25271
Интервал	1
Минимум	4
Максимум	5
Сумма	187
Счет	38
Наибольший(1)	5
Наименьший(1)	4
Уровень надежности(95,0%)	0,089824

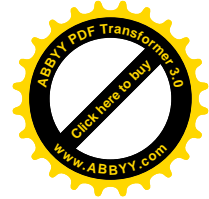
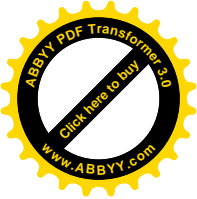


Кореляційна матриця факторних ознак		R						
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
Столбец 1	1	0,31835727	-0,06161	0,1835129	0,753690358	0,27672723	0,439704	0,327569
Столбец 2	0,31835727	1	0,166723	0,2169984	0,345964044	-0,036817127	0,063992	-0,04813
Столбец 3	-0,06161142	0,166722763	1	0,0999413	0,020248226	-0,026719455	0,090561	0,075683
Столбец 4	0,183512877	0,216998446	0,099941	1	0,365308801	-0,136431967	-0,10078	0,198175
Столбец 5	0,753690358	0,345964044	0,020248	0,3653088	1	0,306225931	0,486201	0,364366
Столбец 6	0,27672723	-0,036817127	-0,02672	-0,136432	0,306225931	1	0,631377	0,527649
Столбец 7	0,439704044	0,06399219	0,090561	-0,100782	0,486201157	0,631376931	1	0,330486
Столбец 8	0,32756921	-0,048131095	0,075683	0,1981753	0,364366275	0,527648579	0,330486	1
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

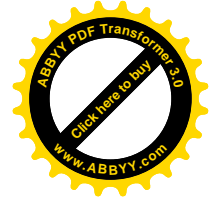
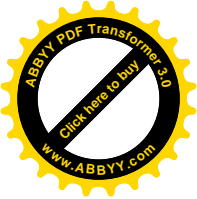


Обернена		кореляційні матриця								Z=1/R								
	1	2	3	4	5	6	7	8										
1	2,520565168	-0,300645696	0,26685	0,2572807	-1,710321069	0,188407423	-0,27686	-0,29604										
2	-0,3006457	1,284312076	-0,25109	-0,12566	-0,336743381	-0,04544034	0,15328	0,300221										
3	0,266850063	-0,251086901	1,114567	-0,085592	0,049228404	0,218761335	-0,30721	-0,19873										
4	0,257280689	-0,125660166	-0,08559	1,4417696	-0,816489851	0,341097548	0,351249	-0,36813										
5	-1,71032107	-0,336743381	0,049228	-0,81649	3,147773661	-0,043164736	-0,75987	-0,17092										
6	0,188407423	-0,04544034	0,218761	0,3410975	-0,043164736	2,221045801	-1,14019	-0,92744										
7	-0,27685817	0,153279758	-0,30721	0,3512488	-0,7598741	-1,140194061	2,197034	0,204115										
8	-0,29604444	0,300220944	-0,19873	-0,368132	-0,170916182	-0,927443161	0,204115	1,683603										
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8										

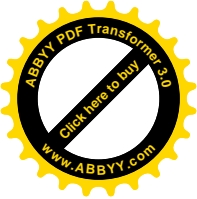




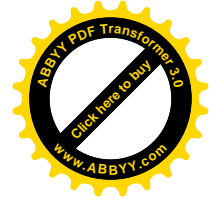
		Частинні коефіцієнти кореляції							
		$r_{ij} = z_{ij}/\sqrt{(z_{ii} \cdot z_{jj})}$							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	-0,167097804	0,159208	0,1349616	-0,607193246	0,079628821	-0,11765	-0,14371
2	-0,1670978	1	1	-0,20986	-0,092345	-0,167479647	-0,026904661	0,09125	0,204167
3	0,159208161	-0,20986294	1	1	-0,06752	0,026282156	0,139039689	-0,19632	-0,14507
4	0,134961625	-0,09234522	-0,06752	1	1	-0,383266724	0,190612735	0,197355	-0,23628
5	-0,60719325	-0,167479647	0,026282	-0,383267	1	1	-0,016324827	-0,28895	-0,07424
6	0,079628821	-0,026904661	0,13904	0,1906127	-0,016324827	1	1	-0,51616	-0,47961
7	-0,11764947	0,091249629	-0,19632	0,1973552	-0,288949188	-0,516165674	1	1	0,10613
8	-0,14371038	0,204167165	-0,14507	-0,236285	-0,074244046	-0,479610565	-0,479610565	0,10613	1
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X7	X8

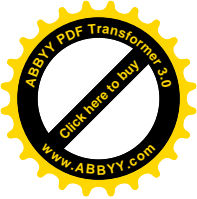


Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(Y,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8) (Успов.)								
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8
Столбец 1	1							
Столбец 2	0,566005136	1						
Столбец 3	0,146649357	0,317324	1					
Столбец 4	0,045732457	-0,08112	0,1647472	1				
Столбец 5	-0,296765707	0,176532	0,2154532	0,08146175	1			
Столбец 6	0,26677499	0,752063	0,3450328	0,004263239	0,36039265	1		
Столбец 7	0,576167275	0,274779	-0,037852	-0,035077255	-0,140922936	0,304486	1	
Столбец 8	0,874113627	0,437116	0,0625623	0,080557082	-0,107266457	0,483982	0,63073	1
Столбец 9	0,368553147	0,325032	-0,049507	0,067288671	0,19455738	0,362131	0,526844	0,328639
Успов.	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8

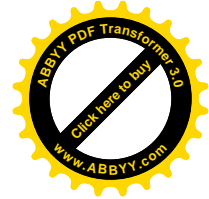


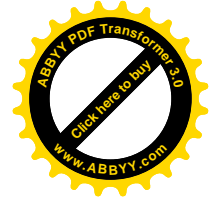
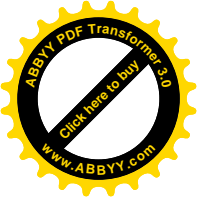
Кореляційна матриця результатів педагогічного експерименту R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, Y зрівнов.)									
	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9
Столбец 1	1								
Столбец 2	0,31835727	1							
Столбец 3	-0,061611418	0,166723	1						
Столбец 4	0,183512877	0,216998	0,0999413	1					
Столбец 5	0,753690358	0,345964	0,0202482	0,365308801	1				
Столбец 6	0,27672723	-0,03682	-0,026719	-0,136431967	0,306225931	1			
Столбец 7	0,439704044	0,063992	0,0905606	-0,100781854	0,486201157	0,631377	1		
Столбец 8	0,32756921	-0,04813	0,0756825	0,198175279	0,364366275	0,527649	0,330486	1	
Столбец 9	0,561456924	0,18371	0,0235668	-0,266855865	0,25068415	0,609396	0,864651	0,386272	1
X1		X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	Y зрівн.





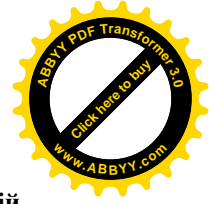
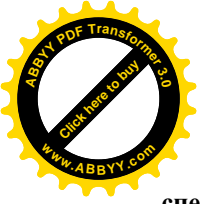
Кореляційна матриця істинної моделі R(X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, Yістн.)									
Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
1									
#ДЕП/0!	1								
#ДЕП/0!	0,3183573	1							
#ДЕП/0!	-0,061611	0,166722763	1						
#ДЕП/0!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1					
#ДЕП/0!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1				
#ДЕП/0!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1			
#ДЕП/0!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1		
#ДЕП/0!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1	
#ДЕП/0!	0,5468201	0,174084146	0,046324245	-0,27107	0,271415	0,596041	0,864581	0,357617	1
X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	Yістн.





Кореляційна матриця результатів екзамену

	Столбец 1	Столбец 2	Столбец 3	Столбец 4	Столбец 5	Столбец 6	Столбец 7	Столбец 8	Столбец 9	Столбец 10
Столбец 1	1									
Столбец 2	#ДЕПО!	1								
Столбец 3	0,323592401	#ДЕПО!	1							
Столбец 4	0,103017993	#ДЕПО!	0,3183573	1						
Столбец 5	0,027413357	#ДЕПО!	-0,061611	0,166722763	1					
Столбец 6	-0,160412227	#ДЕПО!	0,1835129	0,216998446	0,099941282	1				
Столбец 7	0,16061577	#ДЕПО!	0,7536904	0,345964044	0,020248226	0,365309	1			
Столбец 8	0,352719734	#ДЕПО!	0,2767272	-0,036817127	-0,026719455	-0,13643	0,306226	1		
Столбец 9	0,511634281	#ДЕПО!	0,439704	0,063992219	0,090560639	-0,10078	0,486201	0,631377	1	
Столбец 10	0,211627189	#ДЕПО!	0,3275692	-0,048131095	0,075682513	0,198175	0,364366	0,527649	0,330486	1
Указам.	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X8



Павленко Руслан Миколайович

спеціаліст системотехнік, магістрант інформаційних технологій

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЯКОСТІ
ЗАСВОЄННЯ БАЗОВОЇ ДИСЦИПЛІНИ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ІН 91М – 14

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft®Office® Word 2003 В. М. Зозуля.
Науковий керівник Р. М. Літнарівч, доцент, кандидат
технічних наук**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім. акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

**33027, м. Рівне, Україна
Вул. акад. С. Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
E-mail: mail@regi.rovno.ua**